1er BAC Sciences Expérimentales BIOF

Série N°2 : Généralités sur les fonctions

(La correction voir😊 http://www.xriadiat.com)

Exercice1 : Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f dans les cas suivants :

1) $f(x)=\dfrac{x^4-2025}{6x^2-x-1}$ 2) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{2-4x}$ 3) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x+1}}{x}$

4) $f(x)=\dfrac{3x^2+|x|-1}{\sqrt{16x^2-\frac{8}{3}x+\frac{1}{9}}}$ 5) $f(x)=\sqrt{\dfrac{-3x^2+x+5}{2x^2+x-5}}$ 6) $f(x)=\sqrt{2|x|-3}$

Exercice 2 : Soit f la fonction numérique tel que : $\begin{cases} f(x)=\dfrac{2\cos x-x^2}{x+1} & si \quad x\leq 0 \\ f(x)=\dfrac{\sin x}{x^2-4} & si \quad x>0 \end{cases}$

Déterminer D_f

Exercice3 : Soient les deux fonctions : $f(x)=\dfrac{\sqrt{8x^4+8x^2+2}}{\sqrt{4x^2}}$ et $g(x)=\dfrac{1+2x^2}{\sqrt{2}|x|}$

Comparer les fonctions f et g

Exercice4 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=\dfrac{2x^2+7x+7}{x^2+3x+3}$

1) Déterminer D_f

2) Démontrer que f est minorée par 1.

3) Démontrer que f est majorée par $\dfrac{7}{3}$ .Conclure

Exercice5 : Soit g une fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=4\sin x-3$

Montrer que : g est Bornée.

Exercice6 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=-4x^2+4x+5$

Montrer que f admet un maximum absolu sur $\mathbb{R}$ dont on déterminera

Exercice7 : Vérifier que f est périodique et T est une période de f dans chacune des cas suivants et donner un domaine d'étude de f : D_E

1) $f(x)=2\sin x-5\cos 2x \quad : \quad T=2\pi$

2) $f(x)=\sin 2x-7\cos 4x \quad : \quad T=\pi$

3) $f(x)=6\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{3}\right)-\dfrac{1}{2} \quad : \quad T=\pi$

4) $f(x)=6\sin 6x-\dfrac{1}{3}\tan 3x \quad : \quad T=\dfrac{\pi}{3}$

Exercice8 : Soit f une fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ et périodique de période $T=2$ et paire

Tel que : $f(x)=x \quad \forall x\in[0,1]$

1) Calculer : $f\left(\dfrac{1}{2}\right)$; $f\left(-\dfrac{7}{2}\right)$; $f(2027)$; $f\left(-\dfrac{2006}{3}\right)$

2)Tracer la représentation graphique de la fonction sure : $I=[-5;5]$ dans un repère $(o;\vec{i};\vec{j})$

Exercice9 : Etudier les variations des fonctions définies par : 1) $f(x)=-2x-100$ 2) $g(x)=\dfrac{-4}{x}$

3) $h(x)=-2x^3+2027$ 4) $k(x)=2001\sqrt{x-2}+2024$

Exercice10 : Soit f une fonction tel que : $f(x)=\dfrac{-10x}{x^2+1}$ et soit (C_f) sa courbe représentative dans un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) Déterminer D_f .

2) Montrer que la fonction f est impaire

3) Calculer $f(-1)$ et Montrer que 5 est une valeur maximale de f sur $\mathbb{R}$

4) a) Soient $x_1\in D_f$ et $x_2\in D_f$ tel que : $x_1\neq x_2$

Montrer que : $T(x_1;x_2)=\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}=\dfrac{10(x_1x_2-1)}{(1+x_1^2)(1+x_2^2)}$

b) En déduire la monotonie de la fonction f sur les intervalles $I=[0;1]$ et $J=[1;+\infty[$.

5) Donner le tableau de variation de f sur $\mathbb{R}$

Exercice11 : À partir du tableau de variation ci-dessous, recopier et compléter les égalités ou inégalités suivantes en justifiant :

1) a) $f(1,9).....f(3,8)$ b) $f(-4,2).....f(-2,7)$ c) $f(-1,8).....f(-1,4)$

2) Peut-on comparer l'image des nombres $-1,7$ *et* $1,5$? Justifier.

3) Peut-on comparer l'image des nombres $-0,6$ *et* $-4,8$? Justifier.

x	-5	-3	-2	-1	0	1	3	5
$f(x)$	-3 ↗	0 ↗	4 →	4 ↘	1 ↗	2 ↘	0 ↘	-5

Exercice12 : Soit f une fonction tel que : $f(x)=\dfrac{-x+3}{x+1}$

Et soit (C_f) sa courbe représentative dans un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) Déterminer D_f

2) a) Montrer que (C_f) est une hyperbole et déterminer son centre et ses asymptotes

b) Déterminer le tableau de variations de f et tracer la courbe (C_f)

3) Soit g une fonction tel que : $g(x)=\dfrac{-|x|+3}{|x|+1}$

a) Déterminer D_g

b) Etudier la parité de g

c) Tracer (C_g) dans un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

d) Déterminer le tableau de variations de g

Exercice13 : Soient f et g les deux fonctions définies par : $f(x)=\dfrac{1}{3}(x^2-4x+6)$ et $g(x)=\sqrt{x}$

(C_f) et (C_g) Les courbes représentatives de f et g dans un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1)Déterminer la nature de la courbe (C_f) de f et ces éléments caractéristiques et étudier les variations de f et dresser le Tableau de variations de f

2) Trouver les points d'intersection de la courbe (C_f) avec les axes du repère

3) a) Vérifier que : $g(1)=f(1)$ et $g(4)=f(4)$

b) Tracer Les courbes représentatives (C_f) et (C_g) dans le même repère en précisant les points d'intersections

4) Déterminer graphiquement l'image des intervalles suivants par g : $[1;4]$; $[2;+\infty[$

5) Résoudre graphiquement l'inéquation : $x^2-4x+3(2-\sqrt{x})<0$

Exercice14 : Soit f la fonction définie par : $f(x)=\dfrac{2x^2+4x+3}{x^2+2x+2}$

1) Montrer que : $1\leq f(x)<2$: $\forall x\in\mathbb{R}$

2)Soient U et V deux fonctions définies par : $U(x)=x^2+2x$ et $V(x)=\dfrac{2x+3}{x+2}$

a) Donner le tableau de variation de U et V

b) Étudier la monotonie de f dans les intervalles suivants : $]-\infty;-1]$ et $[-1;+\infty[$

c) Déterminer les extrémums de la fonction f

Exercice15 : Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=-x^2+x+6$

1) Dresser le tableau de variations de la fonction f

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $f(x)\geq\dfrac{1}{2}$

3) Etudier la monotonie de $f\circ f$ sur $\mathbb{R}$

4) Calculer $(f\circ f)(x)$; $\forall x\in\mathbb{R}$

Exercice16 : Considérons la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=-x+\sqrt{x-E(x)}$

1) Calculer : $f(1)$; $f(4,25)$; $f(-3,6)$

2) Déterminer : D_f

3) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $f(x)=0$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien