1er BAC Sciences Expérimentales BIOF

Série N°3 : Généralités sur les fonctions

(La correction voir😊 http://www.xriadiat.com)

Exercice1 : Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f dans les cas suivants :

1) $f(x)=\dfrac{2x^4}{x^2-4}$ 2) $f(x)=\dfrac{x+5}{x^2-5x+7}$ 3) $f(x)=\sqrt{x^2(x-1)}$ 4) $f(x)=\dfrac{x+1}{\sqrt{-2x^2+x+3}}$

5) $f(x)=\sqrt{\dfrac{2x^2-3x+1}{x^2-5}}$ 6) $f(x)=\sqrt{\dfrac{-6x^2-9x-3}{-x^2+8x-17}}$ 7) $f(x)=\dfrac{|x-5|}{x^2+1}$

8) $f(x)=\dfrac{\sqrt{|x|}}{x}$ 9) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x+2}}{x-1}$.

Exercice2 : Etudier la parité des fonctions suivantes définie par :

1) $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x}$. 2) $f(x)=\dfrac{|x|}{x^2-1}$ 3) $f(x)=|x|-\sqrt{2x^2+4}$ 4) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x}}{2}$.

Exercice3 : soit f une fonction définie par : $f(x)=2\cos\left(2x+\dfrac{\pi}{4}\right)$

1) Déterminer D_f ensemble de définition de f

2) Montrer que f est périodique de période $T=\pi$ et en déduire le domaine d'étude de f

Exercice4 : Soit f une fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ et périodique de période $T=2$

Tel que : $f(x)=2x-x^2 \quad \forall x\in[0;2[$

1)Tracer la représentation graphique de la fonction sur $[-2;8]$ dans un repère $(0;\vec{i};\vec{j})$

2) Calculer : $f(4.1)$; $f(-3.5)$; $f(265.11)$

3) Donner l'expression de : $f(x)=2x-x^2$ sur les intervalles : $I_k=[2k;2(k+1)[\ k\in\mathbb{Z}$

Exercice5 : Les fonction f et g définies respectivement par : $f(x)=\sqrt{\dfrac{2x-1}{x}}$ et $g(x)=\dfrac{\sqrt{2x-1}}{\sqrt{x}}$

Sont-elles égales ?

Exercice6 : Soit f et g les fonctions numériques tel que : $f(x)=x+1$ et $g(x)=x^2+x+2$

Comparer les fonctions f et g

Exercice7 : Soit f et g les fonctions numériques tel que :

$f(x)=x^2-3x+5$ et $g(x)=-x^2+2x+2$

Comparer les fonctions f et g sur $\mathbb{R}$

Exercice8 : Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ tel que : $f(x)=x\sqrt{x^2+1}-x^2$

1) Développer $\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)^2$

2) Démontrer que f est majorée par $\dfrac{1}{2}$

Exercice9 : Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ tel que : $f(x)=x-1+\sqrt{x^2+2x+3}$

Démontrer que f est minorée par -2

Exercice10 : Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ tel que : $f(x)=\dfrac{x-x^2}{x^2+1}$

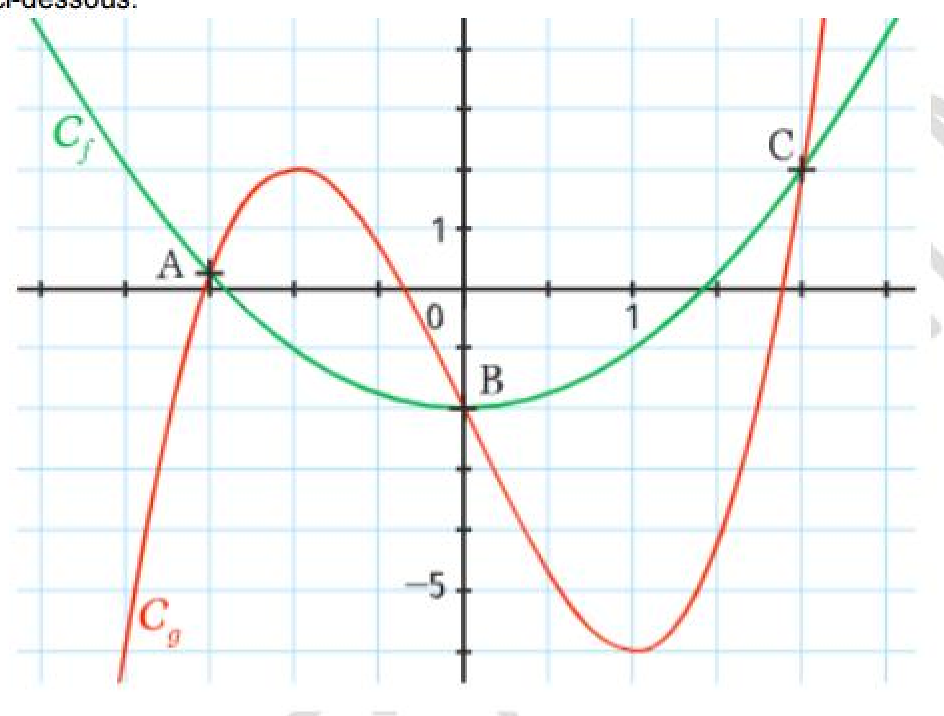
1) Montrer que : $\dfrac{|x|}{x^2+1}\leq\dfrac{1}{2}$

2) Démontrer que f est bornée sur $\mathbb{R}$

Exercice11 : Soit f une fonction numérique tel que : $g(x)=-x^2+3x+4$

Montrer que g admet une valeur maximale sur $\mathbb{R}$ qu'il faut déterminer.

Exercice12 : On considère les deux représentations graphiques dans le repère orthogonal ci-dessous.



1)Résoudre Graphiquement l'équation $g(x)=f(x)$

2)On reprend l'exemple précédent. f et g sont définies sur R par $f(x)=x^2-2$ et $g(x)=2x^3-6x-2$. Les solutions lues de $g(x)=f(x)$ sont-elles exactes ?

Exercice13 : Soit f une fonction tel que : $f(x)=3x^2+2$

1) Déterminer D_f et montrer f est paire

2) Calculer le taux d'accroissement de fonction de f entre x_1 et x_2 tel que : $x_1\neq x_2$

3) Etudier les variations de f sur $\mathbb{R}$

4) Dresser le tableau de variation de f sur $\mathbb{R}$

Exercice14 : Etudier les variations des fonctions définies par :

1) $f(x)=x^3$ 2) $g(x)=-\dfrac{1}{4}x^3$ 3) $h(x)=2026x^3-2025$ 4) $k(x)=\dfrac{2024}{x}$

Exercice15 : Soit f une fonction tel que : $f(x)=\dfrac{x}{|x|-2}$

(C_f) Sa courbe représentative dans un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) Déterminer D_f

2) Montrer que : f est impaire

3)a) Montrer que la courbe représentative de f sur $D_f\cap\mathbb{R}^+$ est une portion d'une hyperbole que l'on précisera

b) En déduire une méthode pour tracer la courbe (C_g) de fonction g

4)Etudier les variations de de f sur $D_f\cap\mathbb{R}^+$ puis donner le tableau de variation de f sur D_f

5) Construire (C_f) dans un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

Exercice16 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=2x+3$

1) Déterminer $f^{(2)}(x)=(f\circ f)(x)$; $\forall x\in\mathbb{R}$

2) $\forall n\in\mathbb{N}^*-\{1\}$ On pose : $f^{(n+1)}(x)=\left(f\circ f^{(n)}\right)(x)$

Montrer que : $\forall n\in\mathbb{N}^*-\{1\}$: $f^{(n)}(x)=2^n x+3(2^n-1)$

Exercice 17 : Soit f une fonction numérique définie sur $[-1;+\infty[$ par : $f(x)=\sqrt{x^3+1}$

En utilisant les propriétés de la monotonie des fonctions composées

Etudier les variations de f sur $[-1;+\infty[$

Exercice18 : Soient f et g les trois fonctions définies par : $f(x)=x^2+1$ et $g(x)=\dfrac{2x+1}{x-1}$

(C_f) et (C_g) Les courbes représentatives de f et g

1)Déterminer la nature de la courbe (C_f) de f et ces éléments caractéristiques et étudier les variations de f et dresser le Tableau de variations de f

2)Déterminer la nature de la courbe (C_g) de g et ces éléments caractéristiques et étudier les variations de g et dresser le Tableau de variations de g

3) Trouver le point d'intersection de la courbe (C_g) avec l'axe des abscisses

4) a) Vérifier que : (C_f) et (C_g) se coupent en : $A(2;5)$

b) Tracer les courbes (C_f) et (C_g) dans un même repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

5) a) Etudier graphiquement le signe de la fonction g

b) Etudier algébriquement le signe de la fonction g

6) a) Résoudre graphiquement de l'équation $f(x)=g(x)$:

b) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x)\geq g(x)$

7)Soit h la fonction définie par : $h(x)=\dfrac{5x^2+2x+2}{x^2-2x+1}$

a) Déterminer D_h

b) Vérifier que : $h(x)=(f\circ g)(x) \quad \forall x\in D_h$

4) Etudier la monotonie de h dans les intervalles : $]1;+\infty[$; $\left[-\dfrac{1}{2};1\right[$; $\left]-\infty;-\dfrac{1}{2}\right]$

Exercice19: Soient f et g deux fonctions définies par : $g(x)=\sqrt{x+1}$ et $f(x)=\dfrac{x}{x+2}$

et (C_f) et (C_g) Les courbes représentatives de f et g

1) Déterminer D_h tel que : $h=g\circ f$

2) Déterminer les tableaux de variations de f et g

3) a) Tracer les courbes (C_f) et (C_g) dans un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

b) Résoudre graphiquement sur $[-1;+\infty[$ l'inéquation : $x>(x+2)\sqrt{x+1}$

4) Étudier les variations de h sur : $]-\infty;-2[$ et $[-1;+\infty[$

5) Calculer $h(x)=(g\circ f)(x)\ \forall x\in D_h$

Exercice20 : Soit f la fonction définie par : $f(x)=\dfrac{5x^2+2x+2}{x^2-2x+1}$

1) ä) Montrer que pour tout $x\in D_f$: $f(x)=1+(g(x))^2$ où g est une fonction à déterminer

b) En déduire que : f est minorée sur D_f

c) f admet-elle un minimum absolu ? justifier

d) Déterminer la nature de la courbe (C_g) de g et ces éléments caractéristiques et tracer (C_g) dans un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

2) a) Vérifier que : $f(x)=(h\circ g)(x) \quad \forall x\in D_f$

b) Etudier le signe de la fonction g sur D_g

3) Etudier la monotonie de f dans les intervalles : $\left]-\infty;-\dfrac{1}{2}\right]$; $\left[-\dfrac{1}{2};1\right[$ et $]1;+\infty[$

4) Dresser le tableau de variation de f et déterminer les extrémums de la fonction f.

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien