1er BAC Sciences Expérimentales BIOF

Série N°4 : Généralités sur les fonctions

(La correction voir😊 http://www.xriadiat.com)

Exercice 1 : Soit la fonction numérique f définie par : $f(x)=\frac{1}{|x|+1}$

1) Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f
2) Calculer les images de : 0 ; 1 ; -1et-2 par f.
2) Les nombres : 0 ; $\frac{1}{2}$; 1 et 2 ont-ils des antécédents par f ? si oui, trouver ces antécédents
3) Montrer que 1 est un maximum de f sur $\mathbb{R}$

Exercice2 : Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f dans les cas suivants :

1) $f(x)=\frac{x^2+1}{5x^2-4x}$ 2 $f(x)=\frac{|-5x^2+2|}{2x^2-x-6}$ 3) $f(x)=\frac{5x^5-5x-1}{2x^4-3x^2-2}$

4) $f(x)=\sqrt{(x+2)(3x-1)(2x+5)}$ 5) $f(x)=\sqrt{x^2-4}+\sqrt{2x}$ 6) $f(x)=\frac{x-\sqrt{1-3x}}{2|x-1|-|x+5|}$

7) $f(x)=\frac{2\sin^2 x}{\sin(2x)-\cos(3x)}$ 8) $f(x)=\frac{2\sin^2 x+\tan x+1}{\tan x-\sqrt{3}}$

Exercice 3 : Soit f une fonction numérique définie de $\mathbb{R}$ sur $\mathbb{R}$ tel que :
$\forall(a;b)\in\mathbb{R}^2$; $b^2 f(a)=a^2 f(b)$

Si on sait que : $f(2)\neq 0$ calculer : $\frac{f(5)-f(1)}{f(2)}$ **PROF : ATMANI NAJIB**

Exercice4 : Soient les deux fonctions définies de $[1;+\infty[$ vers$\mathbb{R}$ par : $f(x)=\sqrt{x+2\sqrt{x-1}}+\sqrt{x-2\sqrt{x-1}}$

et $g(x)=\begin{cases}2 & si\ 1\leq x\leq 2\\ 2\sqrt{x-1} & si\ x>2\end{cases}$

Montrer que : $f=g$
Par suite : $f=g$

Exercice5 : Etudier la position relative de la courbe de f par rapport à la courbe de g où :
$f(x)=x+\frac{1}{x+1}$ et $g(x)=x+1$

Exercice 6 : Etudier la parité des fonctions suivantes définie par :

1) $f(x)=x^2+2x+\frac{1}{x}$ 2) $f(x)=\sqrt{1-x^2}$ 3) $f(x)=\frac{2x^3}{x^2+5}$. 4) $f(x)=x^2+\frac{1}{x}$

5) $h(x)=\frac{\tan^4 x}{1+\sin^2 x}$

Exercice 7 : Soit la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $5f(x)+f(-x)=2x^3-3x$: $\forall x\in\mathbb{R}$
1) Montrer que : f est une fonction impaire
2) Donner une : expression de $f(x)$: pour tout réel x

PROF: ATMANI NAJIB

Exercice 8 : Soit la fonction f définie par : $\begin{cases}f(x)=2x-3 & si\ x\in]-\infty;-2[\\ f(x)=x^3-2x & si\ x\in[-2,2]\\ f(x)=2x+3 & si\ x\in]2;+\infty[\end{cases}$

1) Déterminer le domaine de définition de f
2) Etudier la parité de la fonction f et en déduire le domaine d'étude de f

Exercice9 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=\frac{2x^2+4x+3}{x^2+2x+2}$

1) Déterminer D_f
2) Démontrer que f est minorée par 1.
3) Démontrer que f est majorée par 2 .Conclure

Exercice10 : Montrer que la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x)=4\sin x-3$ est Bornée.

Exercice11 : Soit f une fonction numérique définie sur $]1;+\infty[$ par : $f(x)=\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}$

1) Déterminer D_f
2) Démontrer que -1 est la valeur minimale de f
3) Démontrer que f est majorée par 1 et est-ce que 1 est une valeur maximale de f ?

Exercice12 : Soit f une fonction numérique définie sur $]1;+\infty[$ par : $f(x)=\frac{\sqrt{x+1}-\sqrt{2}}{x-1}$

1) Etudier le signe de f
2) a) Démontrer que f est majorée par $\frac{\sqrt{2}}{4}$.
b) Est ce que $\frac{\sqrt{2}}{4}$ est une valeur maximale de f ?

Exercice13 : Soit f une fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ et périodique de période $T=2$
Tel que : $f(x)=2x-1$ $\forall x\in[-1;1[$

1)Tracer la représentation graphique de la fonction f sur $[-3;5[$ dans un repère $(0;\vec{i};\vec{j})$

2) Calculer : $f(-1)$; $f(0)$; $f\left(\frac{1}{2}\right)$; $f(1)$; $f(2)$; $f(2026)$

Exercice14 : Soit f une fonction numérique définie par : $f(x)=\frac{\sin x\cos x}{2\cos x+1}$

1) Déterminer D_f et étudier la parité de f
2) Vérifier que f est périodique et 2π est une période de f
3) En déduire un domaine d'étude de f : D_E

Exercice 15 : Soit f une fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ el que :
$f(x+1)f(x)+f(x+1)+1=f(x)$; $\forall x\in\mathbb{R}$

1)Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R}$; $f(x)\neq -1$ et $f(x)(f(x)+1)\neq 0$

2)Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R}$; $f(x+1)=\frac{f(x)-1}{f(x)+1}$ et $f(x+2)=\frac{-1}{f(x)}$

3) Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R}$; $f(x+4)=f(x)$
4)Déduire que f est périodique

Exercice16 : 1) Tracer la représentation graphique de la fonction f tel que : $f(x)=|x-2|+|x+2|$
2) Etudier les variations de f et dresser le tableau de variation de f et déterminer les extremums de f

Exercice17 : Soit les fonctions f et g définies par : $f(x)=\frac{x}{x-1}$ et $g(x)=\frac{x-1}{x+3}$

On pose : $h(x)=(g\circ f)(x)$

1) Déterminer D_h 2) Déterminer : $h(x)$ $\forall x\in D_{g\circ f}$

3) Soit la fonction k définie par : $k(x)=\frac{1}{4x-3}$

Les fonctions h et k sont-elles égales ?

Exercice 18 : Soit f une fonction définie par : $f(x)=\frac{|x|}{\sqrt{4-x^2}}$

1) Etudier la parité de f
2) Soient : $x_1\in D_f$ et $x_2\in D_f$ tel que : $x_1\neq x_2$: Calculer : $(f(x_1))^2-(f(x_2))^2$
3) En déduire les variations de f sur D_f
4) Dresser le tableau de variations de f sur D_f

Exercice19 : Etudier les variations des fonctions définies par :

1) $f(x)=-5x^3+2021$ 2) $h(x)=-\frac{\sqrt{2}}{x}$

Exercice20 : Soient f et g les deux fonctions définies sur R par : $f(x)=-x^2+4x+3$ et $g(x)=2x$

1)Déterminer la nature de la courbe (C_f)de f et ces éléments caractéristiques et étudier les variations de f et dresser le Tableau de variations de f
2)a) En déduire que : f est majorée sur $\mathbb{R}$
b) En déduire que : pour tout $x\in\left[2;\frac{5}{2}\right]$ On a : $\frac{27}{4}\leq f(x)\leq 7$
c) En déduire que : pour tout $x\in[-1;2]$ On a : $-2\leq f(x)\leq 7$
3)Trouver les points d'intersection de la courbe (C_f)avec les axes du repère
4)Tracer Les courbes représentatives de(C_f)et(C_g)
5) Résoudre graphiquement et algébriquement l'équation : $f(x)=g(x)$
6) Résoudre graphiquement et algébriquement l'équation : $f(x)>0$
7) Résoudre graphiquement et algébriquement l'inéquation ; $f(x)>g(x)$
8) Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation : $f(x)=m$ avec : $m\in\mathbb{R}$

Exercice21 : Soient f et g deux fonctions définies par : $f(x)=x^2-2x-3$ et $g(x)=-\frac{x+1}{x-1}$

(C_f) ; (C_g) Les courbes représentatives de f et g.
1) Donner le tableau de variations de f et g
2) a) Vérifier que : (C_f) et (C_g)se coupent en : $A(-1;0)$ et $B(2;-3)$
b) Tracer les courbes(C_f) et (C_g) dans un même repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

3)Soit h la fonction définie sur $[-1;3]$par : $h(x)=\frac{-x^2+2x+2}{x^2-2x-4}$

a) Vérifier que : $h(x)=(g\circ f)(x)$ $\forall x\in[-1;3]$

b) Etudier la monotonie de h dans les intervalles : $[-1;1]$; $[1;3]$puis dresser le tableau de variations
de h sur : $[-1;3]$

Exercice22 : Soit la fonction h définie sur $[1;+\infty[$ par $h(x)=\sqrt{x^3-1}$
1) Décomposer h en deux fonctions élémentaires.
2) Déterminer les variations de h.

Exercice23 : Soient f et g deux fonctions numériques définies par :
$f(x)=x^2-2x+2$ et $g(x)=\sqrt{x+1}$
1) Dresser le tableau de variation de f et de g
2)Tracer Les courbes représentatives (C_f)et (C_g)dans le même repère
3) Soit : h une fonction numérique définie sur $[0;+\infty[$ par : $h(x)=x+3-2\sqrt{x+1}$
a) Vérifier que : $h(x)=(f\circ g)(x)$; $\forall x\in[0;+\infty[$
b) En déduire les variations de h sur$[0;+\infty[$
c) Soit : $a\in[1;+\infty[$; Montrer que : $\sqrt{a+1}-\sqrt{a}\leq\frac{1}{2}$

Exercice24: 1) Calculer : $E(4.2)$; $E(-3.26)$; $E(\sqrt{3})$; $E\left(\frac{1}{2}\right)$; $E(\pi)$

2) Déterminer : $E\left(3+\frac{1}{n}\right)$ si $n\in\mathbb{N}^*-\{1\}$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien