1er BAC Sciences Expérimentales BIOF

Série N°5 : Généralités sur les fonctions

(La correction voir😊 http://www.xriadiat.com)

Exercice1 : Soit la fonction f définie par : $f(x)=\sqrt{4+x}\times\sqrt{6-x}$

1)a) Déterminer D_f

b) Calculer : $f(0)$; $f(-3)$

c) Déterminer les antécédents de 0 et 1 par f (s'ils existent)

4) On considère la fonction g définie par : $g(x)=\sqrt{-x^2+2x+24}$ Montrer que : $f=g$

Exercice2 : Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f dans les cas suivants :

1) $f(x)=3x^2-x+1$. 2) $f(x)=\frac{7x-1}{x^3-2x}$. 3) $f(x)=\sqrt{-3x+6}$.

4) $f(x)=(3x^2+2)\sqrt{-\frac{1}{2}x^2+x-4}$ 5) $f(x)=\sqrt{\frac{x^2+1}{1-x^2}}$ 6) $f(x)=\frac{\sqrt{x-2}}{x^2-x}$.

7) $f(x)=\frac{2\sin x+\cos x}{|x^2-4x+5|-1}$ 8) $f(x)=\frac{8\sin 3x+\cos 3x}{2\cos x-\sqrt{3}}$ 9) $f(x)=\sqrt{|x+1|-1}$

Exercice3 : Soit f la fonction numérique tel que : $\begin{cases} f(x)=\frac{x^3+x+1}{x-3} & si \quad x\leq 0 \\ f(x)=\frac{x^2\sin x}{x^2+x-2} & si \quad x>0 \end{cases}$

1) Déterminer D_f

2) Calculer : $f(\pi)$; $f(0)$; $f(-1)$

Exercice4 : Soit f une fonction numérique définie de $\mathbb{R}$ sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=ax^{2025}+bx^{2023}+cx+3$

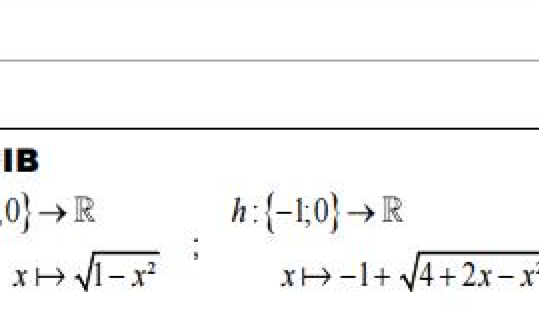
Si on sait que : $f(-3)=2$ calculer : $f(3)$

Exercice5 : Etudier la parité des fonctions suivantes définie par :

1) $f(x)=7-x^2$ 2) $f(x)=\frac{3}{x}$ 3) $f(x)=x+\frac{1}{x^2}$

Exercice6 : La figure ci-dessous représente la représentation graphique d'une fonction f

Sur l'intervalle : $[-2,4]$



1) Déterminer les images des nombres : **-2 ; -1 ;0 ; 2 ; 4** par la fonction f

2) Déterminer : $f(x)$ en fonction de x sur $[-2,4]$

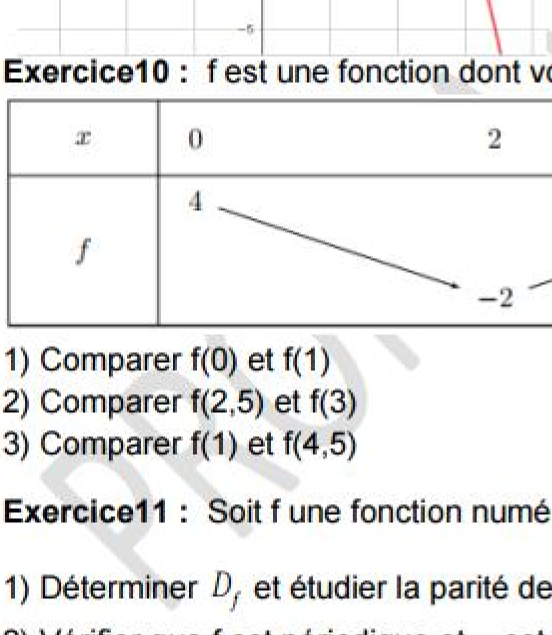
Exercice7 : Soient les fonctions : $f:\{-1;0\}\to\mathbb{R}$, $x\mapsto 1+x$; $g:\{-1;0\}\to\mathbb{R}$, $x\mapsto\sqrt{1-x^2}$; $h:\{-1;0\}\to\mathbb{R}$, $x\mapsto -1+\sqrt{4+2x-x^2}$

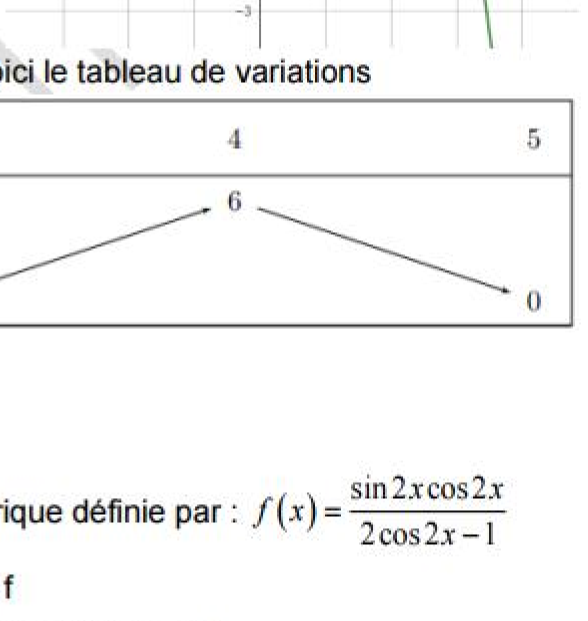
Comparer les fonctions f ; g et h

Exercice8 : Soient les deux fonctions : $h(x)=\frac{x^2-x}{x}$ et $t(x)=x-1$

Comparer les fonctions h et t

Exercice9 : Soient f et g deux fonctions définies par Les courbes représentatives (C_f) et (C_g) si dessous : Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'inéquation : $\frac{(x^2-x-2)\times f(x)}{(x^2-4)g(x-1)}\leq 0$





Exercice10 : f est une fonction dont voici le tableau de variations

x	0	2	4	5
f	4 ↘	−2 ↗	6 ↘	0

1) Comparer f(0) et f(1)
2) Comparer f(2,5) et f(3)
3) Comparer f(1) et f(4,5)

Exercice11 : Soit f une fonction numérique définie par : $f(x)=\frac{\sin 2x\cos 2x}{2\cos 2x-1}$

1) Déterminer D_f et étudier la parité de f

2) Vérifier que f est périodique et π est une période de f

3) En déduire un domaine d'étude de f : D_E

Exercice12 : Soit f une fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ et périodique de période $T=3$

Tel que : $f(x)=|x-2| \quad \forall x\in[0;3[$

1)Tracer la représentation graphique de la fonction sur $[-3;9[$ dans un repère $(o;\vec{i};\vec{j})$

2) Calculer : $f(9,78)$; $f(-8,75)$; $f(2023)$

3) Donner l'expression de : $f(x)$ sur les intervalles : $I_k=[3k;3(k+1)[\; k\in\mathbb{Z}$

Exercice13 : En utilisant les fonctions usuelles ; Etudier les variations des fonctions définies par :

1) $f(x)=-2x-100$ 2) $g(x)=\frac{-4}{x}$ 3) $h(x)=-2x^3+2027$ 4) $k(x)=2001\sqrt{x-2}+2024$

Exercice14 : Soit f une fonction tel que : $f(x)=\frac{x}{x-1}$

1) Déterminer D_f l'ensemble de définition de la fonction f

2) a) Soient $x_1\in D_f$ et $x_2\in D_f$ tel que : $x_1\neq x_2$

Montrer que : $T(x_1;x_2)=\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}=\frac{-1}{(x_1-1)(x_2-1)}$

b) En déduire la monotonie de la fonction f sur les intervalles $I=]-\infty;1[$ et $J=]1;+\infty[$.

3) Dresser le tableau de variation de f

4) Comparer les deux nombres : $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$ et $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}$

Exercice15 : Soit f une fonction numérique définie sur $\mathbb{R}^+$ par : $f(x)=\frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2}$

1) Démontrer que f est majorée par 2 et minorée par $-\frac{1}{2}$

2) On pose : $\forall x\in\mathbb{R}^+$; $u(x)=\sqrt{x}$

a) Déterminer la fonction v telle que : $f=v\circ u$

b) En déduire les variations de f sur $\mathbb{R}^+$

Exercice16 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=\sqrt{x+\sqrt{x}}-\sqrt{x}$

1) Déterminer D_f 2) Démontrer que f est minorée par 0 sur $\mathbb{R}^+$

3) Démontrer que f est minorée par $\frac{1}{2}$ sur $\mathbb{R}^+$

Exercice17 : On considère la fonction f définie par : $f(x)=\frac{2\sqrt{x}+1}{2x-\sqrt{x}+1}$

1) a) Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R}^+$; $2x-\sqrt{x}+1>0$

b) Déduire que : $D_f=\mathbb{R}^+$

2) a) Montrer que : la fonction f est minorée ; 0 est-elle valeur minimale de f ?
b) Montrer que 2 est la valeur maximale de f

Exercice18 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=-x^2+4x-3$

Montrer que 1 est le maximum absolu de f sur $\mathbb{R}$

Exercice19 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=\frac{1}{4}x^2+x$

1)Déterminer D_f

2) a) Soient $x_1\in\mathbb{R}$ et $x_2\in\mathbb{R}$ tel que : $x_1\neq x_2$

Montrer que : $T(x_1;x_2)=\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}=\frac{1}{4}(x_1+x_2)+1$

b) Montrer que f est strictement croissante sur $[-2;+\infty[$

c) Montrer que f strictement décroissante sur $]-\infty;-2]$

3)a) Déterminer la nature de la courbe (C_f) de f et ses éléments caractéristiques

b) Dresser le Tableau de variations de f

4) a) En déduire que : pour tout $x\in\mathbb{R}$ On a : $f(x)\geq -1$

b) En déduire que : pour tout $x\in\left[-2;\frac{1}{2}\right]$ On a : $5\leq f(x)\leq\frac{9}{16}$

c) En déduire que : pour tout $x\in[-5;-2]$ On a : $-1\leq f(x)\leq\frac{5}{4}$

5)Trouver les points d'intersection de la courbe (C_f) avec les axes du repère

6)Soit g la fonction définie sur R par : $g(x)=2x$

Tracer Les courbes représentatives de (C_f) et (C_g) dans le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

7)Résoudre graphiquement et algébriquement l'équation : $f(x)=g(x)$

8) Résoudre graphiquement et algébriquement l'inéquation ; $g(x)<f(x)$

9)Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation : $x^2+4x=4m$ avec : $m\in\mathbb{R}$

Exercice20 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=\frac{1}{2}x^2-2x+3$ et (C_f) sa courbe représentative dans le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

A) Déterminer la nature de la courbe (C_f) de f et ces éléments caractéristiques et étudier les variations de f et dresser le Tableau de variations de f

B) On considère la fonction numérique g tel que : $g(x)=\frac{1}{2}x^2-2|x|+3$ et (C_g) sa courbe représentative

1) Etudier la parité de g
2) Que peut-on dire de la fonction f et de g sur $\mathbb{R}^+$
3) Dresser le Tableau de variations de g
4) Tracer les courbes représentative (C_f) et (C_g) dans un même repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

5) Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation : $g(x)=m$ avec : $m\in\mathbb{R}$

Exercice21 : Soient f et g deux fonctions numériques définies par :
$f(x)=-x^2+2x+1$ et $g(x)=\sqrt{x-1}$

1) Dresser le tableau de variation de f et de g

2) Vérifier que : $g(2)=f(2)$

3) Tracer Les courbes représentatives (C_f) et (C_g) dans le même repère en précisant les points d'intersections

4) Déterminer graphiquement l'image des intervalles suivants par g : $[1;2]$; $[2;+\infty[$

5) Résoudre graphiquement l'inéquation : $2x-\sqrt{x-1}\geq x^2-1$

6) Soit : h une fonction numérique définie sur $[1;+\infty[$ par : $h(x)=-x+2+2\sqrt{x-1}$

a) Vérifier que : $h(x)=(f\circ g)(x)$; $\forall x\in[1;+\infty[$

b) En déduire les variations de h sur $[1;+\infty[$ et dresser son tableau de variation

c) Soit : $a\in[3;+\infty[$; Montrer que : $\sqrt{a-2}-\sqrt{a-1}\geq -\frac{1}{2}$

Exercice22 : Soit f la fonction définie par : $f(x)=\frac{6x^2+8x+11}{(x-1)^2}$

1) ä) Montrer que pour tout $x\in D_f$: $f(x)=2+(g(x))^2$ où g est une fonction à déterminer

b) En déduire que : f est minorée sur D_f

c) f admet-elle un minimum absolu ? justifier
d) Déterminer la nature de la courbe (C_g) de g et ces éléments caractéristiques et tracer (C_g) dans un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

2) a) Étudier la monotonie de f dans les intervalles suivants : $]-\infty;1[$; $\left]1;\frac{3}{2}\right]$ et $\left[\frac{3}{2};+\infty\right[$

b) Dresser le tableau de variation de f et déterminer les extrémums de la fonction f.

Exercice23 : Soit f une fonction numérique définie par : $f(x)=\frac{x-E(x)}{\sqrt{x}}$

1) Calculer : $f(4)$; $f\left(\frac{9}{4}\right)$ 2) Déterminer le domaine de définition de f

3) Montrer que f est bornée 4) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $f(x)=0$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien