http://www.xriadiat.com/ **PROF: ATMANI NAJIB**

1er BAC Sciences Expérimentales BIOF

Correction série N°6 : Généralités sur les fonctions

Exercice1 : Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f dans les cas suivants :

1) $f(x)=\frac{2x+|x|}{x+3}-\frac{7x^2-5}{x-3}$ 2) $f(x)=\frac{2x^5-2023}{x^2+3x+10}$ 3) $f(x)=\frac{6x^3+|2x|}{|x-3|-|x+5|}$

4) $f(x)=\frac{2x-21}{2x-3\sqrt{x}-2}$ 5) $f(x)=\frac{|x^2-6|}{\sqrt{-2x^2+4x-2}}$ 6) $f(x)=\sqrt{\frac{x-1}{x(2x-1)}}$

7) $f(x)=\sqrt{2|x-9|-1}$ 8) $f(x)=\frac{2\sin x}{2\cos x-1}$ 9) $f(x)=\frac{2\sin x}{\tan x-\sqrt{3}}$ 10) $f(x)=\frac{x^2+5x-1}{\sin x\times\cos 2x}$

Solution : 1) $f(x)=\frac{2x+|x|}{x+3}-\frac{7x^2-5}{x-3}$

$D_f=\{x\in\mathbb{R}\,/\,x+3\neq 0\ \ et\, x-3\neq 0\ \}$

$D_f=\{x\in\mathbb{R}\,/\,x\neq -3\ \ et\, x\neq 3\ \}$

D'où : $D_f=\mathbb{R}-\{-3;3\}$

2) $f(x)=\frac{2x^5-2023}{x^2+3x+10}$

$D_f=\{x\in\mathbb{R}\,/\,x^2+3x+10\neq 0\}$

Calculons le discriminant de l'équation $x^2+3x+10=0$: a = 1, b = 3 et c = 10

Donc : $\Delta = b^2 - 4ac = 3^2 - 4 \times 1 \times 10 = -31$.

Comme $\Delta < 0$, l'équation ne possède pas de solution réelle

C'est-à-dire : $D_f=\mathbb{R}$

3) $f(x)=\frac{6x^3+|2x|}{|x-3|-|x+5|}$

$D_f=\{x\in\mathbb{R}\,/\,|x-3|-|x+5|\neq 0\ \}$

$|x-3|-|x+5|=0$ Signifie que : $|x-3|=|x+5|$

Signifie que : $x-3=x+5$ ou $x-3=-(x+5)$

Signifie que : $-3=5$ (impossible) ou $x-3=-x-5$

Signifie que : $2x=-2$

Signifie que : $x=-1$ Donc : $D_f=\mathbb{R}-\{-1\}$

4) $f(x)=\frac{2x-21}{2x-3\sqrt{x}-2}$

$D_f=\{x\in\mathbb{R}\,/\,2x-3\sqrt{x}-2\neq 0\ \ et\ \ x\geq 0\ \}$

$2x-3\sqrt{x}-2=0$ Equivalent à : $2(\sqrt{x})^2-3\sqrt{x}-2=0$ car $\sqrt{x}^2=x$

Faisons un changement de variable en posant : $X=\sqrt{x}$

PROF: ATMANI NAJIB

Nous obtenons l'équation : $2X^2-3X-2=0$: a = 2, b = -3 et c = - 2

Donc : $\Delta = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \times 2 \times (-2) = 25$.

Comme $\Delta > 0$, l'équation possède deux solutions distinctes :

$$X_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-(-3)-\sqrt{25}}{2\times 2}=-\frac{1}{2} \text{ et } X_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-(-3)+\sqrt{25}}{2\times 2}=2$$

Equivalent à : $\sqrt{x}=-\frac{1}{2}$ ou $\sqrt{x}=2$ Mais l'équation : $\sqrt{x}=-\frac{1}{2}$ n'a pas de solutions dans $\mathbb{R}$

$\sqrt{x}=2$ Signifie : $\left(\sqrt{x}\right)^2=2^2$ c'est-à-dire : $x=4$

Donc : $D_f=[0;+\infty[-\{4\}=[0;4[\cup]4;+\infty[$

5) $f(x)=\dfrac{|x^2-6|}{\sqrt{-2x^2+4x-2}}$

$D_f=\{x\in\mathbb{R} / -2x^2+4x-2>0\}$

Étudions le signe du trinôme de : $-2x^2+4x-2$

$\Delta=b^2-4ac=(4)^2-4\times(-2)\times(-2)=16-16=0$

Comme $\Delta = 0$, le trinôme possède une racine double : $x_1=\dfrac{-(4)}{2\times(-2)}=1$

Comme : $a=-2$

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$-2x^2+4x-2$		$-$	0	$-$	

Donc : $D_f=\varnothing$

29) $f(x)=\sqrt{\dfrac{x-1}{x(2x-1)}}$ $D_f=\left\{x\in\mathbb{R} / x(2x-1)\neq 0 \;\; et \;\; \dfrac{x-1}{x(2x-1)}\geq 0\right\}$

$x-1=0$ Équivaut à : $x=1$ et $2x-1=0$ qui signifie que : $x=\frac{1}{2}$

x	$-\infty$		0		$\frac{1}{2}$		1		$+\infty$
x		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$x-1$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$2x-1$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$\frac{x-1}{x(2x-1)}$		$-$	‖	$+$	‖	$-$	0	$+$	

Donc : $S=\left]0;\frac{1}{2}\right[\cup[1;+\infty[$

6) $f(x)=\sqrt{2|x-9|-1}$

$D_f=\{x\in\mathbb{R}/2|x-9|-1\geq 0\}$

$2|x-9|-1\geq 0$ Signifie que : $2|x-9|\geq 1$ Signifie que : $|x-9|\geq \frac{1}{2}$

Signifie que : $x-9\geq \frac{1}{2}$ ou $x-9\leq -\frac{1}{2}$ Signifie que : $x\geq \frac{1}{2}+9$ ou $x\leq -\frac{1}{2}+9$

Signifie que : $x\geq \frac{19}{2}$ ou $x\leq -\frac{17}{2}$

Donc : $D_f=\left]-\infty;-\frac{17}{2}\right]\cup\left[\frac{19}{2};+\infty\right[$

7) $f(x)=2\sin^2 x+3\cos x-1$: Un réel a toujours une image par f

Donc $D_f=\mathbb{R}$

8) $f(x)=\frac{2\sin x}{2\cos x-1}$. $D_f=\{x\in\mathbb{R}/2\cos x-1\neq 0\}$

$2\cos x-1=0$ Signifie $\cos x=\frac{1}{2}$ c'est-à-dire $\cos x=\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$

Signifie que : $x=\frac{\pi}{3}+2k\pi$ ou $x=-\frac{\pi}{3}+2k\pi$ Où $k\in\mathbb{Z}$

Donc : $D_f=\mathbb{R}-\left\{-\frac{\pi}{3}+2k\pi;\frac{\pi}{3}+2k\pi/k\in\mathbb{Z}\right\}$

9) $f(x)=\frac{2\sin x}{\tan x-\sqrt{3}}$. $D_f=\left\{x\in\mathbb{R}/x\neq\frac{\pi}{2}+k\pi \text{ et } \tan x-\sqrt{3}\neq 0/k\in\mathbb{Z}\right\}$

$\tan x-\sqrt{3}=0$ Signifie $\tan x=\sqrt{3}$ c'est-à-dire $\tan x=\tan\left(\frac{\pi}{3}\right)$

Signifie $x=\frac{\pi}{3}+k\pi$ où $k\in\mathbb{Z}$

Donc : $D_f=\mathbb{R}-\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi;\frac{\pi}{3}+k\pi/k\in\mathbb{Z}\right\}$

10) $f(x)=\frac{x^2+5x-1}{\sin x\times\cos 2x}$;

$x\in D_f\Leftrightarrow x\in\mathbb{R}$ *et* $\sin x\times\cos 2x\neq 0\Leftrightarrow x\in\mathbb{R}$ *et* $\sin x\neq 0$ *et* $\cos 2x\neq 0$

$x\in D_f\Leftrightarrow x\in\mathbb{R}$ *et* $x\neq k\pi$ *et* $2x\neq\frac{\pi}{2}+k\pi\Leftrightarrow x\in\mathbb{R}$ *et* $x\neq k\pi$ *et* $x\neq\frac{\pi}{4}+\frac{k\pi}{2}$

Donc : $D_f=\mathbb{R}-\left\{k\pi;\frac{\pi}{4}+\frac{k\pi}{2}/k\in\mathbb{Z}\right\}$

Exercice2 : Soit f la fonction numérique définie sur $[0;\pi]$ par : $f(x)=\sqrt{\cos x\times\cos\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)}$

Déterminer D_f

PROF: ATMANI NAJIB

PROF: ATMANI NAJIB

Solution : $x \in D_f \Leftrightarrow x \in [0;\pi] \quad et \ \cos x \times \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) \geq 0$

$\begin{cases} \cos x > 0 \\ x \in [0;\pi] \end{cases} \Leftrightarrow x \in \left[0;\frac{\pi}{2}\right[$

$\begin{cases} \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) > 0 \\ x \in [0;\pi] \end{cases} \Leftrightarrow x - \frac{\pi}{3} = X : \begin{cases} \cos(X) > 0 \\ X \in \left[-\frac{\pi}{4};\frac{7\pi}{4}\right] \end{cases} \Leftrightarrow X \in \left[-\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{4}\right[\cup \left]\frac{3\pi}{4};\frac{7\pi}{4}\right]$

$\begin{cases} \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) > 0 \\ x \in [0;\pi] \end{cases} \Leftrightarrow X + \frac{\pi}{4} \in \left[0;\frac{3\pi}{4}\right[\cup \left]\frac{7\pi}{4};2\pi\right] \Leftrightarrow 2x \in \left[0;\frac{3\pi}{4}\right[\cup \left]\frac{7\pi}{4};2\pi\right] \Leftrightarrow x \in \left[0;\frac{3\pi}{8}\right[\cup \left]\frac{7\pi}{8};\pi\right]$

Tableau de signe :

x	0		$\frac{3\pi}{8}$		$\frac{\pi}{2}$		$\frac{7\pi}{8}$		π
$cosx$		+		+	0	−		−	
$\cos(2x-\frac{\pi}{4})$		+	0	−		−	0	+	
Produit		+	0	−	0	+	0	−	

Donc : $D_f = \left[0;\frac{3\pi}{8}\right] \cup \left[\frac{\pi}{2};\frac{7\pi}{8}\right]$

Exercice3 : Soit f la fonction numérique tel que : $\begin{cases} f(x) = \dfrac{4x^3}{x+1} & si \quad x \leq 0 \\ f(x) = \dfrac{2\sin x + 1}{4x^2 - 9} & si \quad x > 0 \end{cases}$

Déterminer D_f

Solution : *Remarque :* $\begin{cases} f(x) = f_1(x) & si \quad x \in I_1 \\ f(x) = f_2(x) & si \quad x \in I_2 \end{cases}$; $D_f = (D_{f_1} \cap I_1) \cup (D_{f_2} \cap I_2)$

On pose : $f_1(x) = \dfrac{4x^3}{x+1}$ et $I_1 =]-\infty;0]$ et $f_2(x) = \dfrac{2\sin x + 1}{4x^2 - 9}$ et $I_2 =]0;+\infty[$

$D_{f_1} =]-\infty;-1[\cup]-1;+\infty[$ et $D_{f_2} = \left]-\infty;-\frac{3}{2}\right] \cup \left]-\frac{3}{2};\frac{3}{2}\right[\cup \left]\frac{3}{2};+\infty\right[$

$D_{f_1} \cap I_1 =]-\infty;-1[\cup]-1;0]$ et $D_{f_2} \cap I_2 = \left]0;\frac{3}{2}\right[\cup \left]\frac{3}{2};+\infty\right]$ Donc : $D_f =]-\infty;-1[\cup]-1;0] \cup \left]0;\frac{3}{2}\right[\cup \left]\frac{3}{2};+\infty\right]$

Donc : $D_f =]-\infty;-2[\cup \left]-2;\frac{3}{2}\right[\cup \left]\frac{3}{2};+\infty\right[$

PROF: ATMANI NAJIB

Exercice4 : Soit f la fonction numérique tel que : $f(2x-3)=\begin{cases} x-3 & si \quad x \geq \frac{3}{2} \\ 3x-4 & si \quad x < \frac{3}{2} \end{cases}$

1) Déterminer $f(x)$ en fonction de x 2) Calculer : $f(5)$

Solutions :1) On a : $x=2\left(\frac{x+3}{2}\right)-3$ donc : $f(x)=f\left(2\left(\frac{x+3}{2}\right)-3\right)$

$f(x)=\begin{cases} \frac{x+3}{2}-3 & si \quad \frac{x+3}{2} \geq \frac{3}{2} \\ 3\frac{x+3}{2}-4 & si \quad \frac{x+3}{2} < \frac{3}{2} \end{cases}$ C'est-à-dire : $f(x)=\begin{cases} \frac{x-3}{2} & si \quad x \geq 0 \\ \frac{3x+1}{2} & si \quad x < 0 \end{cases}$

2) Calcul de : $f(5)$: $f(5)=\frac{5-3}{2}=1$

Exercice5 : Soient les fonctions :

$f:\{-1;0\} \to \mathbb{R}$, $x \mapsto 1+x$; $g:\{-1;0\} \to \mathbb{R}$, $x \mapsto \sqrt{1-x^2}$; $h:\{-1;0\} \to \mathbb{R}$, $x \mapsto -1+\sqrt{4+2x-x^2}$ et $k:\{-1;0\} \to \mathbb{R}$, $x \mapsto 1-\sqrt{-2x-x^2}$

Comparer les fonctions f ; g ; h et k

Solution : On a : $D_f=D_g=D_h=D_k=\{-1;0\}$

Et On a : $f(-1)=g(-1)=h(-1)=k(-1)=0$ et $f(0)=g(0)=h(0)=k(0)=1$

Donc : $f=g=h=k$

Exercice6 : Soit f et g les fonctions numériques tel que : $f(x)=x$ et $g(x)=\frac{1}{x}$

Comparer les fonctions f et g .

Solution : $D_f=\mathbb{R}$ et $D_g=\mathbb{R}^*$; et $f(x)-g(x)=x-\frac{1}{x}=\frac{x^2-1}{x}$

Etudions le signe de : $\frac{x^2-1}{x}$

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
x^2-1		$+$	0	$-$		$-$		$+$	
x		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$\frac{x^2-1}{x}$		$-$	0	$+$	‖	$-$	0	$+$	

Si : $x \in]-\infty;-1] \cup]0;1]$ alors $f(x)-g(x) \leq 0$

Par suite : $f(x) \leq g(x)$ c'est-à-dire : $f \leq g$

Si : $x \in [-1;0[\cup [1;+\infty[$ alors $f(x)-g(x) \geq 0$

Et par suite : $f(x) \geq g(x)$ c'est-à-dire : $f \geq g$

Exercice7 : On considère l'ensemble : $A=\left\{k\pi \ ; \ 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \ / \ k \in \mathbb{Z}\right\}$

PROF. ATMANI NAJIB

PROF: ATMANI NAJIB

Soient les deux fonctions définies de A vers $\mathbb{R}$ par : $f(x)=\sin x$ et $g(x)=\sin 2x$

Montrer que : $f=g$

Solution : On a : $D_f=D_g=A$

Soit $k\in\mathbb{Z}$: $f(k\pi)=\sin(k\pi)=0$

$f\left(2k\pi+\frac{\pi}{3}\right)=\sin\left(2k\pi+\frac{\pi}{3}\right)=\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$f\left(2k\pi-\frac{\pi}{3}\right)=\sin\left(2k\pi-\frac{\pi}{3}\right)=\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)=-\frac{\sqrt{3}}{2}$

$g(k\pi)=\sin(2k\pi)=\sin(0)=0$

$g\left(2k\pi+\frac{\pi}{3}\right)=\sin\left(4k\pi+\frac{2\pi}{3}\right)=\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$g\left(2k\pi-\frac{\pi}{3}\right)=\sin\left(4k\pi-\frac{2\pi}{3}\right)=\sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right)=-\frac{\sqrt{3}}{2}$

Donc : $\forall x\in A$: $f(x)=g(x)$ par suite : $f=g$

Exercice8 : Etudier la parité des fonctions suivantes définie par :

1) $f(x)=\sqrt{1-x^2}$ 2) $f(x)=\frac{2x^3}{x^2+5}$ 3) $f(x)=x^2+\frac{1}{x}$ 4) $f(x)=2\sin x-x^3(1-\cos x)$

5) $h(x)=\frac{\tan^4 x}{1+\sin^2 x}$

Solution : 1) $f(x)=\sqrt{1-x^2}$. $D_f=\left\{x\in\mathbb{R}/1-x^2\geq 0\right\}$

$1-x^2=0 \Leftrightarrow x^2=1 \Leftrightarrow x=1$ ou $x=-1$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$1-x2$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Donc : $D_f=[-1,1]$

- Pour tout réel x, si $x\in[-1,1]$, alors $-x\in[-1,1]$

- $f(-x)=\sqrt{1-(-x)^2}=\sqrt{1-x^2}$

  $f(-x)=f(x)$

Donc : f est une fonction paire

2) $f(x)=\frac{2x^3}{x^2+5}$.

$D_f=\left\{x\in\mathbb{R}/x^2+5\neq 0\right\}$

$x^2+5=0 \Leftrightarrow x^2=-5$ pas de solutions

Donc : $D_f=\mathbb{R}$

- Pour tout réel x, si $x\in\mathbb{R}$, alors $-x\in\mathbb{R}$

PROF: ATMANI NAJIB

- $f(-x)=\frac{2(-x)^3}{(-x)^2+5}=\frac{-2x^3}{x^2+5}$

$f(-x)=-f(x)$

Donc : f est une fonction impaire

3) $f(x)=x^2+\frac{1}{x}$ on a $f(x)\in\mathbb{R} \Leftrightarrow x\neq 0$

Donc : $D_f=\mathbb{R}^*$

$f(-1)=(-1)^2+\frac{1}{-1}=1-1=0$ et $f(1)=1^2+\frac{1}{1}=1+1=2$

On a : $f(-1)\neq f(1)$ et $f(-1)\neq -f(1)$

Donc : $\exists x=1\in\mathbb{R}\ /\ f(-1)\neq f(1)$ et $f(-1)\neq -f(1)$

Donc : f est une fonction ni paire ni impaire,

4) $f(x)=2\sin x-x^3(1-\cos x)$

On a : $D_f=\mathbb{R}$

- Pour tout réel x, si $x\in\mathbb{R}$ alors $-x\in\mathbb{R}$
- $f(-x)=2\sin(-x)-(-x)^3(1-\cos(-x))$

$f(-x)=-2\sin x+x^3(1-\cos x)$

Car $\cos(-x)=\cos x$ et $\sin(-x)=-\sin x$ si $x\in\mathbb{R}$

$f(-x)=-(2\sin x-x^3(1-\cos x))=-f(x)$

Donc f est une fonction impaire .

5) $h(x)=\frac{\tan^4 x}{1+\sin^2 x}$ $D_h=\left\{x\in\mathbb{R}\ /\ x\neq\frac{\pi}{2}+k\pi\ et\ 1+\sin^2 x\neq 0\ /\ k\in\mathbb{Z}\right\}$

Et puisque : $1+\sin^2 x\neq 0$ pour tout $x\in\mathbb{R}$ alors : $D_h=\left\{x\in\mathbb{R}\ /\ x\neq\frac{\pi}{2}+k\pi\ /\ k\in\mathbb{Z}\right\}$

Donc : $D_h=\mathbb{R}-\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi\ /\ k\in\mathbb{Z}\right\}$

☞Pour tout réel x, si $x\in\mathbb{R}-\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi/k\in\mathbb{Z}\right\}$ alors $-x\in\mathbb{R}-\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi\ /\ k\in\mathbb{Z}\right\}$

☞ $h(-x)=\frac{\tan^4(-x)}{1+\sin^2(-x)}=\frac{(-\tan x)^4}{1+(-\sin x)^2}=\frac{(\tan x)^4}{1+(\sin x)^2}=h(x)$ Car $\tan(-x)=-\tan x$ et $\sin(-x)=-\sin x$

Donc g est une fonction paire.

Exercice9 : Soit la fonction définie par : $f(x)=\frac{|x-2|+|x+2|+\cos x}{2025|x|-2026}$

(C_f) La courbe de f Dans le repère $(0;\vec{i};\vec{j})$ orthonormé

Montrer que (C_f) symétrique par rapport à l'axe des ordonnées

PROF: ATMANI NAJIB

Solution : $D_f=\left\{x\in\mathbb{R}\,/\,2025|x|-2026\neq 0\right\}=\left\{x\in\mathbb{R}\,/\,|x|\neq\dfrac{2026}{2025}\right\}$

Donc : $D_f=\mathbb{R}-\left\{-\dfrac{2026}{2025};\dfrac{2026}{2025}\right\}$

Il suffit de montrer que f est une fonction paire

- Pour tout réel x, si $x\in\mathbb{R}-\left\{-\dfrac{2026}{2025};\dfrac{2026}{2025}\right\}$ alors $-x\in\mathbb{R}-\left\{-\dfrac{2026}{2025};\dfrac{2026}{2025}\right\}$
- $f(-x)=\dfrac{|-x-2|+|-x+2|+\cos(-x)}{2025|-x|-2026}=\dfrac{|-(x+2)|+|-(x-2)|+\cos x}{2025|x|-2026}=\dfrac{|x+2|+|x-2|+\cos x}{2025|x|-2026}=f(x)$

Donc f est une fonction paire

Par suite la (C_f) symétrique par rapport à l'axe des ordonnées

Exercice10 : Soit la fonction f définie par : $f(x)=-\dfrac{1}{2}\left(|2x+3|+|2x-3|\right)$

1) Déterminer le domaine de définition de f
2) Etudier la parité de la fonction f et en déduire le domaine d'étude de f
3) Simplifier l'écriture de f dans les intervalles $I=\left[0;\dfrac{3}{2}\right]$ et $J=\left[\dfrac{3}{2};+\infty\right[$
4) Calculer : $f(0)$; $f\left(\dfrac{3}{2}\right)$; $f\left(-\dfrac{3}{2}\right)$; $f(-3)$ et $f(3)$
5) Dresser son tableau de variation sur D_f
6) Tracer la courbe (C_f) dans un repère $\left(0;\vec{i};\vec{j}\right)$ orthonormé

Solution : 1) Un réel a toujours une image.

Donc $D_f=\mathbb{R}$

2) ☞Pour tout réel x, si $x\in\mathbb{R}$, alors $-x\in\mathbb{R}$

☞ $f(-x)=-\dfrac{1}{2}\left(|-2x+3|+|-2x-3|\right)=-\dfrac{1}{2}\left(|-(2x-3)|+|-(2x+3)|\right)$

$f(-x)=-\dfrac{1}{2}\left(|2x-3|+|2x+3|\right)$ Car $|-x|=|x|$

Donc : $f(-x)=f(x)$ par suite : f est une fonction paire,

Donc : la droite des ordonnées est un axe de symétrie de (C_f)

Il suffit donc de l'étudier sur $D_f\cap\mathbb{R}^+$ c'est-à-dire : le domaine d'étude de f est : $D_E=\mathbb{R}^+$

3) $f(x)=-\dfrac{1}{2}\left(|2x+3|+|2x-3|\right)$

Si $x\in I=\left[0;\dfrac{3}{2}\right]$ alors : $0\leq x\leq\dfrac{3}{2}$

Donc : $0\leq 2x\leq 3$ c'est-à-dire : $2x-3\leq 0$ et on a : $2x+3\geq 0$

PROF: ATMANI NAJIB

Par suite : $f(x)=-\frac{1}{2}\left(2x+3+\left(-(2x-3)\right)\right)=-\frac{1}{2}(2x+3-2x+3)=-3$

Si $x\in J=\left[\frac{3}{2};+\infty\right[$ alors : $x\geq\frac{3}{2}$

Donc : $2x\geq 3$ c'est-à-dire : $2x-3\geq 0$

Et on a : $2x+3\geq 0$ Par suite : $f(x)=-\frac{1}{2}\left(|2x+3|+|2x-3|\right)=-\frac{1}{2}\left(2x+3+|2x-3|\right)=-\frac{1}{2}(4x)=-2x$

Finalement on a : $\begin{cases} f(x)=-3 \text{ si } x\in I=\left[0;\frac{3}{2}\right] \\ f(x)=-2x \text{ si } x\in J=\left[\frac{3}{2};+\infty\right[\end{cases}$

4) $f(0)=-\frac{1}{2}\left(|2\times 0+3|+|2\times 0-3|\right)=-\frac{1}{2}(3+3)=-3$

$f\left(\frac{3}{2}\right)=-\frac{1}{2}\left(\left|2\times\frac{3}{2}+3\right|+\left|2\times\frac{3}{2}-3\right|\right)=-\frac{1}{2}(6+0)=-3$

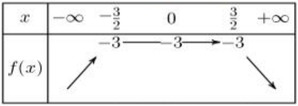
$f\left(-\frac{3}{2}\right)=f\left(\frac{3}{2}\right)=-3$ et $f(-3)=f(3)=-6$ car :f est une fonction paire

5) Le tableau de variation sur $\mathbb{R}$

On a : f est constante sur l'intervalle :

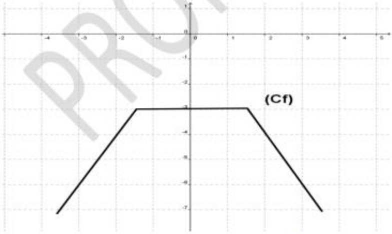
$I=\left[0;\frac{3}{2}\right]$ et décroissante dans $J=\left[\frac{3}{2};+\infty\right[$

Et puisque f est une fonction paire alors f est constante sur l'intervalle : $I'=\left[-\frac{3}{2};0\right]$ et f est croissante dans $J'=\left]-\infty;-\frac{3}{2}\right]$ d'où le tableau de variation suivant :


x
$-\infty$
$-\frac{3}{2}$
0
$\frac{3}{2}$
$+\infty$
$f(x)$
-3
-3
-3

6) La courbe (C_f) :

ATMANI NAJIB



Exercice11: Soit f une fonction numérique définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}^*$ tel que :

$\forall(a;b)\in\mathbb{R}^2\ ;\ f(a-b)=f(a\times)f(b)$

Montrer que la fonction f est constante sur $\mathbb{R}$

Solution : On a : $\forall(a;b)\in\mathbb{R}^2$;

Soit : $a\in\mathbb{R}$ on pose : $b=\frac{a}{2}$

Donc : $f\left(a-\frac{a}{2}\right)=f(a\times)f\left(\frac{a}{2}\right)$

Donc : $f\left(\frac{a}{2}\right)=f(a)\times f\left(\frac{a}{2}\right)\Leftrightarrow f\left(\frac{a}{2}\right)-f(a)\times f\left(\frac{a}{2}\right)=0\Leftrightarrow f\left(\frac{a}{2}\right)(1-f(a))=0$

Donc : $f\left(\frac{a}{2}\right)=0\ ou\ 1-f(a)=0$ et puisque : $f(x)\neq 0;\forall x\in\mathbb{R}$ alors : $f\left(\frac{a}{2}\right)\neq 0$

Par suite : $1-f(a)=0$

Par suite : $f(a)=1\ ;\forall a\in\mathbb{R}$

Donc : la fonction f est constante sur $\mathbb{R}$

Exercice12 : Montrer que la fonction $f:x\to x-E(x)$ est périodique de période 1.

Solution : $D_f=\mathbb{R}$

a) $\forall x\in\mathbb{R}$ on a $x+1\in\mathbb{R}$

b) $\forall x\in\mathbb{R}$ on a: $f(x+1)=x+1-E(x+1)=x+1-E(x)-1=f(x)$

L'application f est donc périodique de période 1.

Exercice13 : Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=\frac{x|x|}{x^2+4}$

1) Etudier la parité de f
2) Étudier les variations de f sur $\mathbb{R}^+$
3) En déduire les variations de f sur $\mathbb{R}^-$
4) Dresser le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$

Solution : 1) On a : $x^2+4>0$ donc $D_f=\mathbb{R}$

- Pour tout réel x : si $x\in\mathbb{R}$, alors $-x\in\mathbb{R}$

PROF: ATMANI NAJIB

- $f(-x)=\dfrac{-x|-x|}{(-x)^2+4}=\dfrac{-x|x|}{x^2+4}=-f(x)$

Donc f est une fonction impaire,

2) Soient : $x_1\in\mathbb{R}^+$ et $x_2\in\mathbb{R}^+$ deux réels tel que : $x_1\neq x_2$ et $f(x)=\dfrac{x^2}{x^2+4}$ sur $\mathbb{R}^+$

$$f(x_1)-f(x_2)=\frac{x_1^2}{x_1{}^2+4}-\frac{x_2^2}{x_2{}^2+4}=\frac{4\left(x_1^2-x_2^2\right)}{(x_1{}^2+4)(x_2{}^2+4)}=\frac{4(x_1-x_2)(x_1+x_2)}{(x_1{}^2+4)(x_2{}^2+4)}$$

Donc : $T(x_1;x_2)=\dfrac{4(x_1-x_2)(x_1+x_2)}{(x_1{}^2+4)(x_2{}^2+4)}\times\dfrac{1}{x_1-x_2}=4\dfrac{x_1+x_2}{(x_1{}^2+4)(x_2{}^2+4)}$

Comme : $x_1\geq 0$ et $x_1\geq 0$ et $x_1\neq x_2$ alors : $x_1+x_2>0$

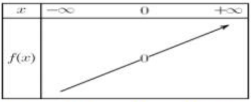
Par suite : $T(x_1;x_2)=4\dfrac{x_1+x_2}{(x_1{}^2+4)(x_2{}^2+4)}>0$ car $(x_1{}^2+4)(x_2{}^2+4)>0$ et $4>0$

D'où : f est strictement croissante sur $\mathbb{R}^+$

3) f est impaire et le symétrique de $I=\mathbb{R}^+$ est l'intervalle $I'=\mathbb{R}^-$

Puisque : f est strictement croissante sur $I=\mathbb{R}^+$ alors f est strictement croissante sur $I'=\mathbb{R}^-$

4) Par suite le tableau de variations de f sur D_f est :


x
$-\infty$
0
$+\infty$
$f(x)$
0

Exercice14 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=-x^2-2x+1$

1)Préciser le domaine de définition de f

2)Calculer le taux d'accroissement de fonction de f entre x_1 et x_2 tel que : $x_1\neq x_2$

3)Etudier la monotonie de f sur : $I=[-1;+\infty[$ et sur $J=]-\infty;-1]$

4)Dresser le tableau de variation de f

5) a) En déduire que : pour tout $x\in\mathbb{R}$ On a : $f(x)\leq 2$

b) En déduire que : pour tout $x\in\left[-1;\dfrac{1}{2}\right]$ On a : $-\dfrac{1}{4}\leq f(x)\leq 2$

c) En déduire que : pour tout $x\in[-3;-1]$ On a : $-2\leq f(x)\leq 2$

6)Trouver les points d'intersection de la courbe (C_f) avec les axes du repère

7)Soit g la fonction définie sur R par : $g(x)=-x-1$

Tracer Les courbes représentatives de (C_f) et (C_g) dans le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

8)Résoudre graphiquement et algébriquement l'équation : $f(x)=g(x)$

9) Résoudre graphiquement et algébriquement l'inéquation ; $g(x)<f(x)$

10) Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation : $-x^2-2x+m-1=0$ avec : $m\in\mathbb{R}$

ATMANI NAJIB

Solution : $f(x)=-x^2-2x+1$

1) f est une fonction polynôme donc : $D_f=\mathbb{R}$

2)Soient : $x_1\in\mathbb{R}$ et $x_2\in\mathbb{R}$ tel que : $x_1\neq x_2$

$$T(x_1;x_2)=\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}=\frac{(-x_2^{\,2}-2x_2+1)-(-x_1^{\,2}-2x_1+1)}{x_2-x_1}=\frac{-x_2^{\,2}-2x_2+1+x_1^{\,2}+2x_1-1}{x_2-x_1}$$

$$T(x_1;x_2)=\frac{-x_2^{\,2}+x_1^{\,2}-2(x_2-x_1)}{x_2-x_1}=\frac{-(x_2^{\,2}-x_1^{\,2})-2(x_2-x_1)}{x_2-x_1}$$

$$T(x_1;x_2)=\frac{-(x_2-x_1)(x_2+x_1)-2(x_2-x_1)}{x_2-x_1}=\frac{(x_2-x_1)(-(x_2+x_1)-2)}{x_2-x_1}$$

Par suite : $T(x_1;x_2)=-(x_1+x_2)-2$

3)a) Etude de la monotonie de f sur : $I=[-1;+\infty[$

Soients : $x_1\in[-1;+\infty[$ et $x_2\in[-1;+\infty[$ alors $x_1\geq-1$ et $x_2\geq-1$ implique $x_1+x_2\geq-2$

Donc $-(x_1+x_2)\leq2$ par suite : $-(x_1+x_2)-2\leq0$

Donc $T(x_1;x_2)\leq0$ d'où : f est décroissante sur $I=[-1;+\infty[$

3)b) Etude de la monotonie de f sur : $J=]-\infty;-1]$

Soients : $x_1\in]-\infty;-1]$ et $x_2\in]-\infty;-1]$ alors : $x_1\leq-1$ et $x_2\leq-1$ cela implique $x_1+x_2\leq-2$

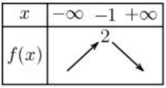
Donc $-(x_1+x_2)\geq2$ par suite : $-(x_1+x_2)-2\geq0$

Donc $T(x_1;x_2)\geq0$

D'où : f est croissante sur $J=]-\infty;-1]$

4) Tableau de variation : On a : $f(-1)=-(-1)^2-2\times(-1)+1=-1+2+1=2$

Donc :



5) a) D'après le tableau de variation de f on a : $f(-1)=2$ est un maximum absolu de f sur $\mathbb{R}$

Donc : pour tout $x\in\mathbb{R}$ on a : $f(x)\leq f(-1)$

Par suite : $f(x)\leq2$ pour tout $x\in\mathbb{R}$

b) Soit : $x\in\left[-1;\frac{1}{2}\right]$ alors : $-1\leq x\leq\frac{1}{2}$ or D'après le tableau de variation de f on a : f est strictement décroissante sur $I=[-1;+\infty[$

Par suite : f est strictement croissante sur $\left[-1;\frac{1}{2}\right]$

Alors : $f\left(\frac{1}{2}\right)\leq f(x)\leq f(-1)$ et comme : $f(-1)=2$ et $f\left(\frac{1}{2}\right)=-\left(\frac{1}{2}\right)^2-2\times\frac{1}{2}+1=-\frac{1}{4}-1+1=-\frac{1}{4}$

Par suite : $-\frac{1}{4}\leq f(x)\leq 2$

b) Soit : $x\in[-3;-1]$ On a alors : $-3\leq x\leq -1$ or D'après le tableau de variation de f on a : f est strictement croissante sur $J=]-\infty;-1]$

Par suite : f est strictement croissante sur $[-3;-1]$

Alors : $f(-3)\leq f(x)\leq f(-1)$ et comme :

$f(-3)=-(-3)^2-2\times(-3)+1=-9+6+1=-2$ Et $f(-1)=2$

Par suite : $-2\leq f(x)\leq 2$

6)a) Intersection de la courbe (C_f) avec l'axe des abscisses.

Les points d'intersection C et D de la courbe (C_f) avec l'axe des abscisses ont leurs ordonnées nulles, et leurs abscisses sont les solutions de l'´équation $f(x)=0$.

$f(x)=0$ Signifie $-x^2-2x+1=0$

$\Delta=b^2-4ac=(-2)^2-4\times(-1)\times1=4+4=8>0$

$x_1=\frac{-(-2)+\sqrt{8}}{2\times(-1)}=\frac{-(-2)+2\sqrt{2}}{-2}=\frac{2+2\sqrt{2}}{-2}=-1-\sqrt{2}$ **et** $x_2=\frac{-(-2)-\sqrt{8}}{2\times(-1)}=\frac{-(-2)-2\sqrt{2}}{-2}=\frac{2-2\sqrt{2}}{-2}=-1+\sqrt{2}$

Donc les points d'intersection de la courbe (C_f) avec l'axe des abscisses sont :

$A\left(-1-\sqrt{2};0\right)$ et $B\left(-1+\sqrt{2};0\right)$

b) Intersection de la courbe (C_f) avec l'axe des ordonnées

Le point d'intersection de la courbe (C_f) avec l'axe des ordonnées a une abscisse nulle

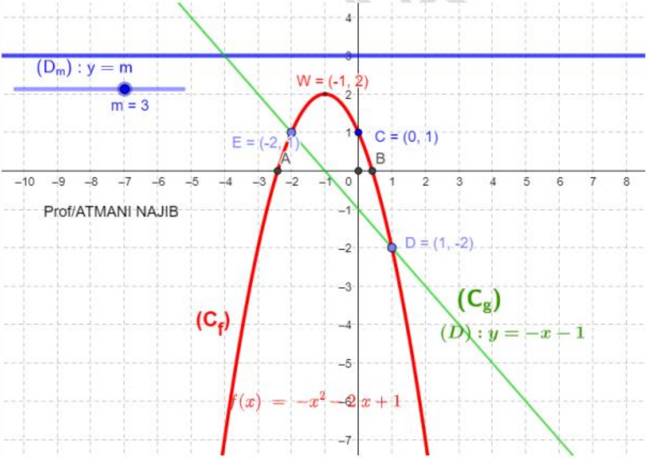
Et on a $f(0)=-0^2-2\times0+1=1$

Donc le point d'intersection de la courbe (C_f) avec l'axe des ordonnées est : $C(0;1)$

7) la courbe représentative (C_f) dans le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

x	**-4**	**-3**	**-2**	**-1**	**0**	1	**2**
f(x)	-7	-2	1	2	1	-2	-7

x	**-2**	1
g(x)	1	-2



8) a) Résolution graphique de l'équation $f(x) = g(x)$

Il suffit de chercher les abscisses des points d'intersection des courbes (C_f) et (C_g)

On a donc $x = -2$ et $x = 1$ donc $S = \{-2;1\}$

---

b) Résolution algébrique de l'équation $f(x) = g(x)$

$f(x) = g(x)$ Signifie : $-x^2 - 2x + 1 = -x - 1$ c'est-à-dire : $-x^2 - x + 2 = 0$ c'est-à-dire : $x^2 + x - 2 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \times (-2) \times 1 = 1 + 8 = 9 > 0$

$x_1 = \frac{-1+\sqrt{9}}{2\times 1} = \frac{-1+3}{2} = \frac{2}{2} = 1$ et $x_2 = \frac{-1-\sqrt{9}}{2\times 1} = \frac{-1-3}{2} = \frac{-4}{2} = -2$

Donc : $S = \{-2;1\}$

9) a) Résolution graphique de l'inéquation $g(x) \geq f(x)$:

La courbe (C_g) est au-dessus de (C_f) si $x \in \left]-\infty;-2\right] \cup \left[1;+\infty\right[$

Donc $S = \left]-\infty;-2\right] \cup \left[1;+\infty\right[$

b) Résolution algébrique de l'inéquation : $g(x) \geq f(x)$:

$g(x) \geq f(x)$ Signifie $-x - 1 \geq -x^2 - 2x + 1$

C'est-à-dire : $x^2 + x - 2 \geq 0$

Les racines sont : $x_1 = 1$ et $x_2 = -2$

NAJIB

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
x^2+x-2		$+$	0	$-$	0	$+$	

Donc $S = \left]-\infty;-2\right[\cup \left]1;+\infty\right[$

10) Détermination graphique du nombre de solutions de l'équation : $-x^2-2x+1-m=0$ avec : $m\in\mathbb{R}$

$-x^2-2x+1-m=0$ Signifie $m=-x^2-2x+1$

Signifie : $m=f(x)$

Donc : les solutions de l'équation sont les abscisses des points d'intersections de (C_f) et la droite : $y=m$

Si : $m>2$ l'équation n'admet pas de solution

Si : $m=2$ il y'a une solution c'est : x = -1

Si : $m<2$ il y'a deux solutions

Exercice15 : Soit la fonction définie sur $[-3;3]$

La représentions graphique suivante est la représentions de f sur l'intervalle : $[0;3]$

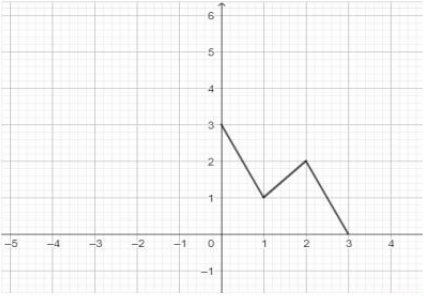
1) Dresser son tableau de variation sur l'intervalle : $[0;3]$

2) Sachant que f est une fonction paire

a) Compléter la représentions graphique de f sur l'intervalle : $[-3;3]$

b) Déterminer graphiquement les images des intervalles : $[-3;3]$ et $\left[1;\frac{5}{2}\right]$ par la fonction f

---



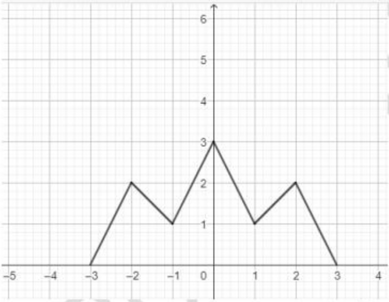
Solution : 1) Le tableau de variation sur l'intervalle : $[0;3]$

x	0		1		2		3
Variations de $f(x)$	3	↘	1	↗	2	↘	0

PROF. ATMANI NAJIB

2) Puisque que f est une fonction paire

Alors : la droite des ordonnées est un axe de symétrie de (C_f)



b) Graphiquement on a : $f([-3;3])=[0;3]$ et $f\left(\left[1;\frac{5}{2}\right]\right)=[1;2]$

Exercice16 : Soit f une fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ et périodique de période $T=1$

Tel que : $f(x)=x \quad \forall x\in[0;1[$

1)Tracer la représentation graphique de la fonction sure : $I=[-5;5[$ dans un repère $(0;\vec{i};\vec{j})$

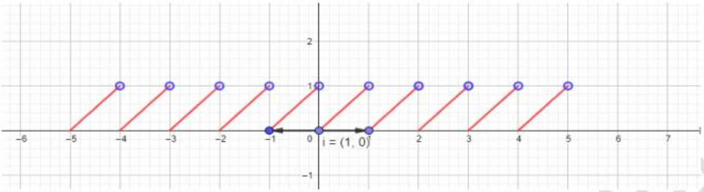
2) Calculer : $f(6,1)$; $f(-10,5)$; $f(2025,12)$

3) Donner l'expression de : $f(x)$ sur les intervalles : $I_k=[k;k+1[\ k\in\mathbb{Z}$

Solution : Dans l'intervalle $I_0=[0;1[$:On a : f est une fonction linéaire

Donc la courbe (C_f) c'est une portion de droite.

Pour Tracer la représentation graphique de la fonction sur $I=[-5;5[$ il suffit de Tracer la représentation graphique de la fonction sur $I_0=[0;1[$ et utiliser les translation $k\vec{i}$ avec $k\in\mathbb{Z}$



2) $\rightarrow f(6.1)=f(6+0.1)=f(6\times1+0.1)=f(0.1)$ car f est périodique de période $T=1$;

En effet : $f(k\times T+x)=f(x)$ avec $k\in\mathbb{Z}$

Donc : $f(6,1)=f(0,1)$ et puisque : $0,1\in[0;1[$

Alors : $f(6,1)=f(0,1)=0,1$

$\rightarrow f(-10{,}5)=f(-11+0{,}5)=f(-11\times 1+0{,}5)=f(0{,}5)$ car f est périodique de période $T=1$;

Donc : $f(-10{,}5)=f(11-0{,}5)=f(11\times 1+0{,}5)=f(0{,}5)=0{,}5$ car : $0{,}5\in[0;1[$

$\rightarrow f(2025{,}12)=f(2025+0{,}12)=f(2025\times 1+0{,}12)=f(0{,}12)$ car f est périodique de période $T=1$;

Donc : $f(2025{,}12)=f(0{,}12)=1{,}12$ car : $0{,}12\in[0;1[$

3) L'expression de : $f(x)$ sur les intervalles : $I_k=[k;k+1[\ k\in\mathbb{Z}$

$x\in I_k=[k;k+1[\Leftrightarrow k\leq x\prec k+1$

$x\in I_k\Leftrightarrow 0\leq x-k\prec 1\Leftrightarrow f(x-k)=x-k$

Or : f est périodique de période $T=1$ alors : $f(x-k)=f(x-k\times 1)=f(x)$

Donc : $f(x)=x-k$ si $x\in[k;k+1[\ k\in\mathbb{Z}$

Exercice17 : Soit la fonction définie par : $f(x)=\dfrac{x^{2026}+2025}{2|x|-6}$

(C_f) La courbe de f Dans le repère $(0;\vec{i};\vec{j})$ orthonormé

Montrer que (C_f) symétrique par rapport à l'axe des ordonnées

Solution : $D_f=\{x\in\mathbb{R}/2|x|-6\neq 0\}=\{x\in\mathbb{R}/|x|\neq 3\}$

Donc : $D_f=\mathbb{R}-\{-3;3\}$

Il suffit de montrer que f est une fonction paire

- Pour tout réel *x*, si $x\in\mathbb{R}-\{-3;3\}$ alors $-x\in\mathbb{R}-\{-3;3\}$

- $f(-x)=\dfrac{(-x)^{2026}+2025}{2|-x|-6}=\dfrac{x^{2026}+2025}{2|x|-6}=f(x)$

Donc f est une fonction paire

Par suite la (C_f) symétrique par rapport à l'axe des ordonnées

Exercice18 : Soient les deux fonctions : $f(x)=x^2+x-3$ et $g(x)=2x^2+x+1$

1) Comparer les fonctions f et g

2) En déduire les positions de (C_f) et (C_g) les courbes représentatives respectives de f et g

Solution : 1) $D_f=D_g=\mathbb{R}$

$\rightarrow f(x)-g(x)=x^2+x-3-2x^2-x-1=-x^2+2=2-x^2=(\sqrt{2}-x)(\sqrt{2}+x)$

Tableau de signe de : $f(x)-g(x)=(\sqrt{2}-x)(\sqrt{2}+x)$

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		$\sqrt{2}$		$+\infty$
$(\sqrt{2}-x)$		$+$		$+$	0	$-$	
$(\sqrt{2}+x)$		$-$	0	$+$		$+$	
$f(x)-g(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

$f(x)-g(x)\geq 0 \Leftrightarrow x\in[-\sqrt{2};\sqrt{2}]$

Donc : $f\geq g$ sur $[-\sqrt{2};\sqrt{2}]$ et $f<g$ sur $]-\infty;-\sqrt{2}[\cup]\sqrt{2};+\infty[$

2) Déduisons les positions de (C_f) et (C_g) les courbes représentatives respectives de f et g :

Par conséquent : (C_f) est confondue avec (C_g) pour : $x=-\sqrt{2}$ et $x=\sqrt{2}$

(C_f) Est située au-dessus de (C_g) sur : $\left]-\sqrt{2};\sqrt{2}\right[$

(C_f) Est située au-dessus de (C_g) sur : $\left]-\infty;-\sqrt{2}\right[\cup\left]\sqrt{2};+\infty\right]$

Exercice19 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=\dfrac{x^2+1}{x^2+x+1}$

1) Déterminer D_f

2) Montrer que $\dfrac{2}{3}$ est le minimum de f sur D_f.

3) Montrer que 2 est le maximum de f sur D_f.

Solution :1) $D_f=\left\{x\in\mathbb{R}\,/\,x^2+x+1\neq 0\right\}$

$x^2+x+1=0$: $\Delta<0$ pas de solution dans $\mathbb{R}$ donc : $D_f=\mathbb{R}$

2) il s'agit de montrer que : $\dfrac{2}{3}\leq f(x)$; $\forall x\in\mathbb{R}$ et que l'équation : $f(x)=\dfrac{2}{3}$

Admet une solution dans D_f

Soit $x\in\mathbb{R}$: $f(x)-\dfrac{2}{3}=\dfrac{x^2+1}{x^2+x+1}-\dfrac{2}{3}=\dfrac{3x^2+3-2x^2-2x-2}{3\left(x^2+x+1\right)}=\dfrac{x^2-2x+1}{3\left(x^2+x+1\right)}=\dfrac{(x-1)^2}{3\left(x^2+x+1\right)}$

Or : $x^2+x+1>0$ car $\Delta<0$ et $a=1>0$ et on a aussi : $(x-1)^2\geq 0$

Donc ; $f(x)-\dfrac{2}{3}\geq 0$ par suite : $\dfrac{2}{3}\leq f(x)$; $\forall x\in\mathbb{R}$

$$f(x)-\frac{2}{3}=0\Leftrightarrow\frac{(x-1)^2}{3\left(x^2+x+1\right)}=0\Leftrightarrow(x-1)^2=0\Leftrightarrow x-1=0\Leftrightarrow x=1$$

Par suite : $f(1)\leq f(x)$; $\forall x\in\mathbb{R}$

Conclusion : $f(1)=\dfrac{2}{3}$ est le minimum de f sur $\mathbb{R}$

2) il s'agit de montrer que : $f(x)\leq 2$; $\forall x\in\mathbb{R}$; et que l'équation : $f(x)=2$

Soit $x\in\mathbb{R}$: $f(x)-2=\dfrac{x^2+1}{x^2+x+1}-2=\dfrac{x^2+1-2x^2-2x-2}{x^2+x+1}=\dfrac{-x^2-2x-1}{3\left(x^2+x+1\right)}=\dfrac{-(x+1)^2}{x^2+x+1}\leq 0$

Or : $x^2+x+1>0$ car $\Delta<0$ et $a=1>0$ et on a aussi : $-(x+1)^2\leq 0$

Donc ; $f(x)-2\leq 0$ par suite : $f(x)\leq 2$; $\forall x\in\mathbb{R}$

$$f(x)-2=0\Leftrightarrow\frac{-(x+1)^2}{x^2+x+1}=0\Leftrightarrow-(x+1)^2=0\Leftrightarrow x+1=0\Leftrightarrow x=-1$$

Conclusion : $f(-1)=2$ est le maximum de f sur $\mathbb{R}$

PROF: ATMANI NAJIB

Exercice20 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=\frac{3x^2+1}{x^2+1}$

1) Déterminer D_f

2) Etudier la parité de f

3) Montrer que f est bornée

Solution :1) $D_f=\{x\in\mathbb{R}/x^2+1\neq 0\}$

$x^2+1=0\Leftrightarrow x^2=-1$: pas de solution dans $\mathbb{R}$ donc $D_f=\mathbb{R}$

2) Etudions la parité de f

- Pour tout réel x, si $x\in\mathbb{R}$, alors : $-x\in\mathbb{R}$
- $f(-x)=\frac{3(-x)^2+1}{(-x)^2+1}=\frac{3x^2+1}{x^2+1}=f(x)$

Donc f est une fonction paire.

2) a) Soit $x\in\mathbb{R}$: On a : $f(x)=\frac{3x^2+1}{x^2+1}=\frac{3x^2+3-2}{x^2+1}=\frac{3(x^2+1)}{x^2+1}+\frac{-2}{x^2+1}=3+\frac{-2}{x^2+1}$

On a : $x^2\geq 0\Rightarrow x^2+1\geq 1\Rightarrow\frac{1}{x^2+1}\leq 1\Rightarrow 0<\frac{2}{x^2+1}\leq 2\Rightarrow -2\leq-\frac{2}{x^2+1}<0\Rightarrow 3-2\leq 3-\frac{2}{x^2+1}<3\Rightarrow 1\leq 3-\frac{2}{x^2+1}<3$

Donc : $x^2\geq 0\Rightarrow x^2+1\geq 1\Rightarrow\frac{1}{x^2+1}\leq 1\Rightarrow 0<\frac{2}{x^2+1}\leq 2\Rightarrow -2\leq-\frac{2}{x^2+1}<0\Rightarrow 3-2\leq 3-\frac{2}{x^2+1}<3\Rightarrow 1\leq f(x)<3$

Donc : f est bornée

Exercice21 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=x^2+2x\sqrt{x}+x-4$

Démontrer que : -4 est une valeur minimale de f sur $\mathbb{R}^+$

Solution : 1) $D_f=\{x\in\mathbb{R}/x\geq 0\}=\mathbb{R}^+$

Soit $x\in\mathbb{R}^+$: $f(x)=x^2+2x\sqrt{x}+x-4=x^2+2x\sqrt{x}+(\sqrt{x})^2-4$

Donc : $f(x)=(x+\sqrt{x})^2-4$ et donc : $f(x)+4=(x+\sqrt{x})^2\geq 0$

Donc : $f(x)+4\geq 0$ par suite : $f(x)\geq -4$ et on a : $f(0)=-4$ donc $f(x)\geq f(0)$

Donc : $f(0)=-4$ est une valeur minimale de f au point $x_0=0$

Exercice22 : Soit f une fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=-x^2+x$

Démontrer que f est majorée sur $\mathbb{R}$.

1) a) Démontrer que f est majorée sur $\mathbb{R}$.

b) Est ce que f admet une valeur maximale ?

2) Démontrer que f est non minorée

Solution : On met la fonction sous la forme canonique :

$f(x)=-x^2+x=-(x^2-x)=-\left(\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{4}\right)=-\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{4}$

On a : $-\left(x-\frac{1}{2}\right)^2 \leq 0$ donc $-\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{4} \leq \frac{1}{4}$ c'est-à-dire : $f(x) \leq \frac{1}{4} \quad \forall x \in \mathbb{R}$

La fonction f est donc majorée sur $\mathbb{R}$ par $M=\frac{1}{4}$

b) On a : $f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{4}$ donc : $f(x) \leq f\left(\frac{1}{2}\right) \ \forall x \in \mathbb{R}$

Donc : f admet une valeur maximale c'est : $f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{4}$

2) Démontrons que f est non minorée.

Supposons f minorée donc : $\exists m \in \mathbb{R} : m \leq f(x) \quad \forall x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \forall x \in \mathbb{R} : m \leq -\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{4} \Leftrightarrow \forall x \in \mathbb{R} : \left(x-\frac{1}{2}\right)^2 \leq \frac{1}{4}-m$

$\Leftrightarrow \forall x \in \mathbb{R} : \sqrt{\left(x-\frac{1}{2}\right)^2} \leq \sqrt{\frac{1}{4}-m}$ (On peut toujours supposer $\frac{1}{4} \geq m$)

$\Leftrightarrow \forall x \in \mathbb{R} : \left|x-\frac{1}{2}\right| \leq \sqrt{\frac{1}{4}-m}$

Donc on a : $-\sqrt{\frac{1}{4}-m} \leq x-\frac{1}{2} \leq \sqrt{\frac{1}{4}-m} \quad \forall x \in \mathbb{R}$

Donc on a : $\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{1}{4}-m} \leq x \leq \sqrt{\frac{1}{4}-m}+\frac{1}{2} \quad \forall x \in \mathbb{R}$ absurde car on prend par exemple :

$x=\sqrt{\frac{1}{4}-m}+2026$ et $x>\sqrt{\frac{1}{4}-m}+\frac{1}{2}$ Donc f est non minorée

Exercice23 : Soit les fonctions f et g définies par : $g(x)=\frac{x}{x+2}$ et $f(x)=\frac{x+3}{x+1}$

On pose : $h(x)=(g \circ f)(x)$

1) Déterminer D_h

2) Déterminer : $h(x)$

3) Soit la fonctions k définie par : $k(x)=\frac{x+3}{3x+5}$

Les fonctions h et k sont-elles égales ?

Solution : 1) On a : $D_f=\mathbb{R}-\{-1\}$ et $D_g=\mathbb{R}-\{-2\}$

$D_{g \circ f}=\left\{x \in \mathbb{R} / x \in D_f \ \ et \ \ f(x) \in D_g\right\}$

$D_{g \circ f}=\{x \in \mathbb{R} / x \neq -1 \ et \ f(x) \neq -2\}$

$f(x)=-2 \Leftrightarrow \frac{x+3}{x+1}=-2 \Leftrightarrow -2(x+1)=x+3 \Leftrightarrow -3x=5 \Leftrightarrow x=-\frac{5}{3}$

Donc : $D_{g \circ f}=\mathbb{R}-\left\{-\frac{5}{3};-1\right\}$

$h(x)=(g\circ f)(x)=g(f(x))=g\left(\frac{x+3}{x+1}\right)$

$$h(x)=\frac{\frac{x+3}{x+1}}{\frac{x+3}{x+1}+2}=\frac{\frac{x+3}{x+1}}{\frac{x+3+2x+2}{x+1}}=\frac{\frac{x+3}{x+1}}{\frac{3x+5}{x+1}}=\frac{x+3}{3x+5}$$

Donc : $h(x)=\frac{x+3}{3x+5}$

3)Les fonctions $h$et k ne sont pas égales car ils n'ont pas le même ensemble de définition :

$D_h=\mathbb{R}-\left\{-\frac{5}{3};-1\right\}$ et $D_k=\mathbb{R}-\left\{-\frac{5}{3}\right\}$

Exercice24: Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=x-2\sqrt{x-2}+1$

1) Déterminer D_f

2) Démontrer que : $f(x)\geq 2$; $\forall x\in[2;+\infty[$

3) Soit : $h(x)=\sqrt{x-2}$

a) Dresser le tableau de variation de h

b) Déterminer : $h([2;3])$; $h([3;+\infty[)$

4) a) Déterminer une fonction polynôme de degré 2 ; tel que : $f(x)=g\circ h(x)$; $\forall x\in[2;+\infty[$

b) En déduire les variations de f

c) Déterminer le tableau de variation de $\frac{1}{f}$

Solution :1) $D_f=\{x\in\mathbb{R}/x-2\geq 0\}=[2;+\infty[$

2) $f(x)\geq 2\Leftrightarrow x-2\sqrt{x-2}+1\geq 2\Leftrightarrow x-1-2\sqrt{x-2}\geq 0\Leftrightarrow x-1\geq 2\sqrt{x-2}\Leftrightarrow(x-1)^2\geq 4\left(\sqrt{x-2}\right)^2$ car

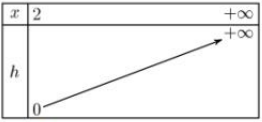
$x\in[2;+\infty[$ donc : $x\in[1;+\infty[$ et donc : $x-1\geq 0$

$f(x)\geq 2\Leftrightarrow x^2-2x+1\geq 4(x-2)\Leftrightarrow x^2-6x+9\geq 0\Leftrightarrow(x-3)^2\geq 0$ (Vraie)

Donc : par équivalence on a : $f(x)\geq 2$; $\forall x\in[2;+\infty[$

3) Soit : $h(x)=\sqrt{x-2}$

a) le tableau de variation de h :


x
2
$+\infty$
h
$+\infty$
0

b) Déterminons : $h([2;3])$; $h([3;+\infty[)$

$h([2;3])=[0;1]$ et $h([3;+\infty[)=[1;+\infty[$

4) a) Déterminons une fonction polynôme de degré 2 ; tel que : $f(x)=g\circ h(x)$; $\forall x\in[2;+\infty[$

PROF. ATMANI NAJIB

$f(x)=x-2\sqrt{x-2}+1=x-2-2\sqrt{x-2}+3=\left(\sqrt{x-2}\right)^2-2\sqrt{x-2}+3=\left(h(x)\right)^2-2h(x)+3$

On pose : $g(x)=x^2-2x+3$

Donc : $f(x)=g\left(h(x)\right)$

Donc : $f(x)=g\circ h(x)$; $\forall x\in[2;+\infty[$ avec : $g(x)=x^2-2x+3$

b) Déduction des variations de $f=g\circ h$:

On a : $g(x)=x^2-2x+3$ le tableau de variation de g est:

x	$-\infty$ 1 $+\infty$
$g(x)$	↘ 2 ↗

- Puisque h est décroissante sur $[2;3]$ et $h([2;3])=[0;1]$ et g est décroissante sur $[0;1]$ alors $f=g\circ h$ est décroissante sur $[2;3]$
- Puisque h est croissante sur $[3;+\infty[$ et $h([3;+\infty[)=[1;+\infty[$ et g est croissante sur $[1;+\infty[$ alors $f=g\circ h$ est croissante sur $[3;+\infty[$

c) Déterminons le tableau de variation de $\frac{1}{f}$:

- $\forall a\in[2;3]$ et $\forall b\in[2;3]$

$a\le b\Rightarrow f(a)\ge f(b)\ge 2\Rightarrow \frac{1}{f(a)}\le\frac{1}{f(b)}$

Alors $\frac{1}{f}$ est croissante sur $[2;3]$

- $\forall a\in[3;+\infty[$ et $\forall b\in[3;+\infty[$

$a\le b\Rightarrow f(a)\le f(b)\Rightarrow \frac{1}{f(a)}\ge\frac{1}{f(b)}$

Alors $\frac{1}{f}$ est décroissante sur $[3;+\infty[$

Exercice25: Soient f et g deux fonctions numériques définies par : $f(x)=x^2-x$ et $g(x)=\sqrt{x}$

1) Dresser les tableaux de variations de f et g

2) Soit : h la fonction numérique définie par : $h(x)=(f\circ g)(x)$

a) Déterminer D_h

b) Etudier les variations de h sur $\left[0,\frac{1}{4}\right]$ et $\left[\frac{1}{4};+\infty\right[$

c) Montrer que h admet un minimum absolu au point d'abscisse $\frac{1}{4}$

3) Soit : k la fonction numérique définie par : $k(x)=(g\circ f)(x)$

a) Déterminer D_k

b) Etudier les variations de k

PROF:ATMANI NAJIB

c) Calculer $k(x)=(g\circ f)(x)$; $\forall x\in D_k$

4)a) Tracer Les courbes représentatives (C_f) et (C_g) dans le même repère

b) Résoudre graphiquement sur $[0;+\infty[$ l'inéquation : $\frac{g(x)}{f(x)}\leq 1$

(On admet que (C_g) coupe (C_f) en 2 points d'abscisse : 0 et $1,75$

Solution : 1) Dressons les tableaux de variations de f et g

a) $f(x)=x^2-x$; $D_f=\mathbb{R}$: On a $a=1>0$; $b=-1$ et $c=0$ $\left(f(x)=ax^2+bx+c\right)$

Donc $-\frac{b}{2a}=\frac{1}{2}$ et $\left(f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{4}-\frac{1}{2}=-\frac{1}{4}\right)$

Donc la courbe (C_f) c'est une parabole de sommet $S\left(\frac{1}{2};-\frac{1}{4}\right)$ et d'axe de symétrie la droite $x=\frac{1}{2}$

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f(x)$	↘	$\frac{-1}{4}$	↗

b) $g(x)=\sqrt{x}$; $D_g=[0;+\infty[$

x	0	$+\infty$
$g(x)$	0	↗

1)Soit : h la fonction numérique définie par : $h(x)=(f\circ g)(x)$

a) Déterminons D_h

$D_h=\{x\in\mathbb{R}\,/\,x\in D_g \;\; et\; g(x)\in D_f\}=\{x\in\mathbb{R}\,/\,x\geq 0 \;\; et\, g(x)\in\mathbb{R}\}=\{x\in\mathbb{R}\,/\,x\geq 0\}=[0;+\infty[$

b) →Etudions les variations de h sur : $\left[0,\frac{1}{4}\right]$

Puisque g est croissante sur $\left[0,\frac{1}{4}\right]$

et $g\left(\left[0,\frac{1}{4}\right]\right)=\left[0,\frac{1}{2}\right]$ et f est décroissante sur $\left[0,\frac{1}{2}\right]$ alors $h=f\circ g$ est décroissante sur $\left[0,\frac{1}{4}\right]$

→Etudions les variations de h sur : $\left[\frac{1}{4};+\infty\right[$

Puisque g est croissante sur $\left[\frac{1}{4};+\infty\right[$

PROF: ATMANI NAJIB

et $g\left(\left[\frac{1}{4};+\infty\right[\right)=\left[\frac{1}{2};+\infty\right[$ et f est croissante sur $\left[\frac{1}{2};+\infty\right[$ alors $h=f\circ g$ est croissante sur $\left[\frac{1}{4};+\infty\right[$

c) Montrons que h admet un minimum absolu au point d'abscisse $\frac{1}{4}$

C'est-à-dire Montrons que : $h(x)\leq h\left(\frac{1}{4}\right)$; $\forall x\in[0;+\infty[$

$$h\left(\frac{1}{4}\right)=(f\circ g)\left(\frac{1}{4}\right)=f\left(g\left(\frac{1}{4}\right)\right)=f\left(\frac{1}{2}\right)=-\frac{1}{4}$$

Le tableau de variations de h :

x	0	$\frac{1}{4}$	$+\infty$
$h(x)$	↘	$\frac{-1}{4}$	↗

D'après le tableau de variations : h admet un minimum absolu au point d'abscisse $\frac{1}{4}$

C'est-à-dire on a $h(x)\geq h\left(\frac{1}{4}\right)$; $\forall x\in[0;+\infty[$

Donc : $h(x)\geq -\frac{1}{4}$; $\forall x\in[0;+\infty[$

3) Soit : k la fonction numérique définie par : $k(x)=(g\circ f)(x)$

a) Déterminons D_k : $D_k=\{x\in\mathbb{R}\,/\,x\in D_f \text{ et } f(x)\in D_g\}=\{x\in\mathbb{R}\,/\,x\in\mathbb{R} \text{ et } f(x)\geq 0\}$

$f(x)\geq 0\Leftrightarrow x^2-x\geq 0\Leftrightarrow x(x-1)\geq 0$

x	$-\infty$	0		1	$+\infty$
$x-1$	$-$		$-$	0	$+$
x	$-$	0	$+$		$+$
$x(x-1)$	$+$	0	$-$	0	$+$

$D_k=]-\infty;0]\cup[1;+\infty[$

b) Etudions les variations de k : $k(x)=(g\circ f)(x)$

→Etudions les variations de k sur : $]-\infty;0]$

PROF: ATMANI NAJIB

Puisque f est décroissante sur $\left]-\infty;0\right]$

et $f\left(\left]-\infty;0\right]\right)=\left[0,+\infty\right[$ et g est croissante sur $\left[0,+\infty\right[$ alors $k=g\circ f$ est décroissante sur $\left]-\infty;0\right]$

→Etudions les variations de k sur : $\left[1;+\infty\right[$

Puisque f est croissante sur $\left[1;+\infty\right[$

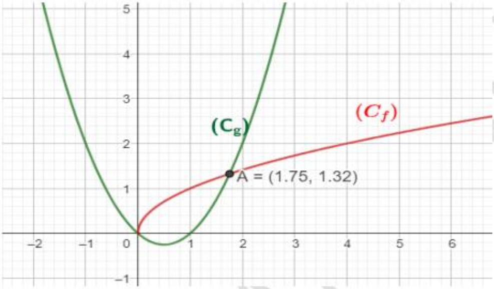
et $f\left(\left[1;+\infty\right[\right)=\left[0;+\infty\right[$ et g est croissante sur $\left[0;+\infty\right[$ alors $k=g\circ f$ est croissante sur $\left[1;+\infty\right[$

c) Calculons : $k(x)=(g\circ f)(x)$; $\forall x\in\left]-\infty;0\right]\cup\left[1;+\infty\right[$

Soit $x\in\left]-\infty;0\right]\cup\left[1;+\infty\right[$: $k(x)=(g\circ f)(x)=g(f(x))=\sqrt{f(x)}=\sqrt{x^2-x}$

Donc : $k(x)=\sqrt{x^2-x}$; $\forall x\in\left]-\infty;0\right]\cup\left[1;+\infty\right[$

4)a) Traçage des courbes représentatives (C_f) et (C_g) dans le même repère



b) Résolution graphique de l'inéquation : $\dfrac{g(x)}{f(x)}\leq 1$

$D_E=\left\{x\in\mathbb{R}/x\in\left[0;+\infty\right[\ et\ x^2-x\neq 0\right\}=\left\{x\in\mathbb{R}/x\in\left[0;+\infty\right[\ et\ x\neq 0\ \ et\ x\neq 1\right\}=\left]0;1\right[\cup\left]1;+\infty\right[$

Dans : $\left]0;1\right[\cup\left]1;+\infty\right[$: $f(x)>0$

$\dfrac{g(x)}{f(x)}\leq 1\Leftrightarrow g(x)\leq f(x)$

Graphiquement la courbe (C_f) est au-dessus de (C_g) si $x\in\left]0\ ;\ 1{,}75\right]$

Finalement : $S=\left]0\ ;\ 1{,}75\right]$

Exercice26 : Soient f et g deux fonctions définies par : $g(x)=\sqrt{x+2}$ et $f(x)=\dfrac{3x}{2x-1}$

et (C_f) et (C_g) Les courbes représentatives de f et g

A) 1) Déterminer D_f et D_g

2) Montrer que : $A(-1;1)$ et $B(2;2)$ sont des points d'intersections de (C_f) et (C_g)

PROF: ATMANI NAJIB

3) Déterminer les tableaux de variations de f et g

4) Tracer les courbes (C_f) et (C_g) dans un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

4) Résoudre graphiquement sur $\mathbb{R}$ les inéquations : $\sqrt{x+2}-\frac{3x}{2x-1}\prec 0$ et $\frac{3x\sqrt{x+2}}{2x-1}\le 0$

B)1) Soit h la fonction définie par : $h(x)=\frac{3\sqrt{x+2}}{2\sqrt{x+2}-1}$

a) Déterminer D_h b) Montrer que : $h=f\circ g$

2) a) Déterminer graphiquement : $g\left(\left[-2;-\frac{7}{4}\right[\right)$ et $g\left(\left]-\frac{7}{4};+\infty\right[\right)$

b) Étudier les variations de h et donner son tableau de variation.

c) Déterminer la valeur maximale de h sur $\left[-2;-\frac{7}{4}\right[$

3) Montrer que : $h(x)\succ\frac{3}{2}$; $\forall x\in\left]-\frac{7}{4};+\infty\right]$

Solution : A) 1) $f(x)=\frac{3x}{2x-1}$; $D_f=\{x\in\mathbb{R}/2x-1\neq 0\}=\left\{x\in\mathbb{R}/x\neq\frac{1}{2}\right\}=\mathbb{R}-\left\{\frac{1}{2}\right\}$

$D_g=\{x\in\mathbb{R}/x+2\ge 0\}=\{x\in\mathbb{R}/x\ge -2\}=[-2,+\infty[$

2) $A(-1;1)$ et $B(2;2)$: $f(-1)=g(-1)=1\Rightarrow A(-1;1)\in(C_f)\cap(C_g)$

$f(2)=g(2)=2\Rightarrow B(2;2)\in(C_f)\cap(C_g)$

3)Détermination des tableaux de variations de f et g :

x	$-\infty$	$1/2$	$+\infty$
$f(x)$	↘	‖	↘

x	-2	$+\infty$
$g(x)$	0 ↗	$+\infty$

3) Traçage des courbes (C_f) et (C_g) dans un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

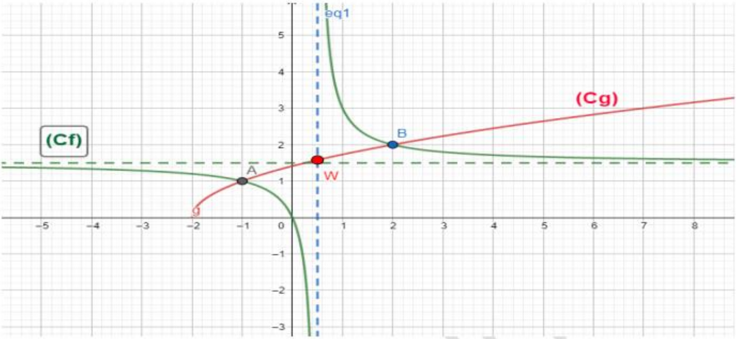
a) $g(x)=\sqrt{x+2}$:

x	-2	-1	2	7
$g(x)$	0	1	2	3

b) (C_f) est l'hyperbole de centre $W\left(\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$ et d'asymptotes les droites d'équations respectives $x=\frac{1}{2}$ et $y=\frac{3}{2}$

PROF: ATMANI NAJIB

4) Résolution graphique sur $\mathbb{R}$ des inéquations : $\sqrt{x+2}-\frac{3x}{2x-1}\prec 0$ et $\frac{3x\sqrt{x+2}}{2x-1}\le 0$:



a) $\sqrt{x+2}-\frac{3x}{2x-1}\prec 0 \Leftrightarrow \sqrt{x+2}\prec\frac{3x}{2x-1}\Leftrightarrow g(x)\prec f(x)$

Graphiquement la courbe (C_f) est au-dessus de (C_g) si $x\in\left[-2;-1\right[\cup\left]\frac{1}{2};2\right[$

Donc : $S=\left[-2;-1\right[\cup\left]\frac{1}{2};2\right[$

b) $\frac{3x\sqrt{x+2}}{2x-1}\le 0\Leftrightarrow\frac{3x}{2x-1}\le 0\Leftrightarrow f(x)\le 0$

Graphiquement la courbe (C_f) est au-dessous de l'axe des abscisses si $x\in\left[0;\frac{1}{2}\right[$

Donc : $S=\left[0;\frac{1}{2}\right[$

B) 1) On pose : $h(x)=\frac{3\sqrt{x+2}}{2\sqrt{x+2}-1}$ $\quad D_h=\left\{x\in\mathbb{R}/x+2\ge 0 \;\; et \;\; 2\sqrt{x+2}-1\ne 0\right\}$

$D_h=\left\{x\in\mathbb{R}/x\ge -2 \;\; et \;\; \sqrt{x+2}\ne \frac{1}{2}\right\}=\left\{x\in\mathbb{R}/x\ge -2 \;\; et \;\; x+2\ne \frac{1}{4}\right\}=\left\{x\in\mathbb{R}/x\ge -2 \;\; et \;\; x\ne -\frac{7}{4}\right\}$

$D_h=\left[-2;-\frac{7}{4}\right[\cup\left]-\frac{7}{4};+\infty\right[$

b) Montrons que : $h=f\circ g$:

$f\circ g(x)=f\left(g(x)\right)=\frac{3g(x)}{2g(x)-1}=\frac{3\sqrt{x+2}}{2\sqrt{x+2}-1}=h(x)$

2) a) graphiquement : $g\left(\left[-2;-\frac{7}{4}\right[\right)=\left[0;\frac{1}{2}\right[$ $\left(g\left(\frac{-7}{4}\right)=\frac{1}{2}\right)$ et $g\left(\left]-\frac{7}{4};+\infty\right[\right)=\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$

b) Étude des variations de h et détermination de son tableau de variation :

PROF: ATMANI

- Puisque g est croissante sur $\left[-2;-\frac{7}{4}\right[$ et $g\left(\left[-2;-\frac{7}{4}\right[\right)=\left[0;\frac{1}{2}\right[$ et f est décroissante sur $\left[0;\frac{1}{2}\right[$ alors $h=f\circ g$ est décroissante sur $\left[-2;-\frac{7}{4}\right[$
- Puisque g est croissante sur $\left]-\frac{7}{4};+\infty\right[$ et $g\left(\left]-\frac{7}{4};+\infty\right[\right)=\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$ et f est décroissante sur $\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$ alors $h=f\circ g$ est décroissante sur $\left]-\frac{7}{4};+\infty\right[$

x	-2 $-7/2$ $+\infty$	
$f(x)$	↘	↘

c) Détermination de la valeur maximale de h sur $\left[-2;-\frac{7}{4}\right[$

On a : h est décroissante sur $\left[-2;-\frac{7}{4}\right[$

Alors : $x\in\left[-2;-\frac{7}{4}\right[\Rightarrow -2\le x\prec -\frac{7}{4}\Rightarrow h(x)\le h(-2)$ et $h(-2)=0$

Donc :0 est la valeur maximale de h sur $\left[-2;-\frac{7}{4}\right[$

3) Montrons que : $h(x)\succ\frac{3}{2}$; $\forall x\in\left]-\frac{7}{4};+\infty\right]$

$h(x)\succ\frac{3}{2}\Leftrightarrow\frac{3\sqrt{x+2}}{2\sqrt{x+2}-1}\succ\frac{3}{2}$ et puisque : $x\succ-\frac{7}{4}$ alors : $2\sqrt{x+2}-1\succ 0$

Donc : $\frac{3\sqrt{x+2}}{2\sqrt{x+2}-1}\succ\frac{3}{2}\Leftrightarrow 6\sqrt{x+2}\succ 6\sqrt{x+2}-3\Leftrightarrow 0\succ -3$ (vraie)

Donc : $h(x)\succ\frac{3}{2}$; $\forall x\in\left]-\frac{7}{4};+\infty\right]$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien

PROF: ATMANI NAJIB