1er BAC Sciences Expérimentales BIOF

Série N°6 : Généralités sur les fonctions

(La correction voir😊 http://www.xriadiat.com)

Exercice1 : Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f dans les cas suivants :

1) $f(x)=\frac{2x+|x|}{x+3}-\frac{7x^2-5}{x-3}$ 2) $f(x)=\frac{2x^5-2023}{x^2+3x+10}$ 3) $f(x)=\frac{6x^3+|2x|}{|x-3|-|x+5|}$

4) $f(x)=\frac{2x-21}{2x-3\sqrt{x}-2}$ 5) $f(x)=\frac{|x^2-6|}{\sqrt{-2x^2+4x-2}}$ 6) $f(x)=\sqrt{\frac{x-1}{x(2x-1)}}$

7) $f(x)=\sqrt{2|x-9|-1}$ 8) $f(x)=\frac{2\sin x}{2\cos x-1}$ 9) $f(x)=\frac{2\sin x}{\tan x-\sqrt{3}}$ 10) $f(x)=\frac{x^2+5x-1}{\sin x\times\cos 2x}$

Exercice2 : Soit f la fonction numérique définie sur $[0;\pi]$ par : $f(x)=\sqrt{\cos x\times\cos\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)}$

Déterminer D_f

Exercice3 : Soit f la fonction numérique tel que : $\begin{cases} f(x)=\frac{4x^3}{x+1} & si \quad x\le 0 \\ f(x)=\frac{2\sin x+1}{4x^2-9} & si \quad x>0 \end{cases}$

Déterminer D_f

Exercice4 : Soit f la fonction numérique tel que : $f(2x-3)=\begin{cases} x-3 & si \quad x\ge\frac{3}{2} \\ 3x-4 & si \quad x<\frac{3}{2} \end{cases}$

1) Déterminer $f(x)$ en fonction de x 2) Calculer : $f(5)$

Exercice5 : Soient les fonctions :

$f:\{-1;0\}\to\mathbb{R}$, $x\mapsto 1+x$; $g:\{-1;0\}\to\mathbb{R}$, $x\mapsto\sqrt{1-x^2}$; $h:\{-1;0\}\to\mathbb{R}$, $x\mapsto -1+\sqrt{4+2x-x^2}$ et $k:\{-1;0\}\to\mathbb{R}$, $x\mapsto 1-\sqrt{-2x-x^2}$

Comparer les fonctions f ; g ; h et k

Exercice6 : Soit f et g les fonctions numériques tel que : $f(x)=x$ et $g(x)=\frac{1}{x}$

Comparer les fonctions f et g .

Exercice7 : On considère l'ensemble : $A=\left\{k\pi\ ;\ 2k\pi\pm\frac{\pi}{3}\ /\ k\in\mathbb{Z}\right\}$

Soient les deux fonctions définies de A vers $\mathbb{R}$ par : $f(x)=\sin x$ et $g(x)=\sin 2x$

Montrer que : $f=g$

Exercice8 : Etudier la parité des fonctions suivantes définie par :

1) $f(x)=\sqrt{1-x^2}$ 2) $f(x)=\frac{2x^3}{x^2+5}$ 3) $f(x)=x^2+\frac{1}{x}$ 4) $f(x)=2\sin x-x^3(1-\cos x)$

5) $h(x)=\frac{\tan^4 x}{1+\sin^2 x}$

Exercice9 : Soit la fonction définie par : $f(x)=\frac{|x-2|+|x+2|+\cos x}{2025|x|-2026}$

(C_f) La courbe de f Dans le repère $(0;\vec{i};\vec{j})$ orthonormé

Montrer que (C_f) symétrique par rapport à l'axe des ordonnées

Exercice10 : Soit la fonction f définie par : $f(x)=-\frac{1}{2}(|2x+3|+|2x-3|)$

1) Déterminer le domaine de définition de f
2) Etudier la parité de la fonction f et en déduire le domaine d'étude de f
3) Simplifier l'écriture de f dans les intervalles $I=\left[0;\frac{3}{2}\right]$ et $J=\left[\frac{3}{2};+\infty\right[$
4) Calculer : $f(0)$; $f\left(\frac{3}{2}\right)$; $f\left(-\frac{3}{2}\right)$; $f(-3)$ et $f(3)$
5) Dresser son tableau de variation sur D_f
6) Tracer la courbe (C_f) dans un repère $(0;\vec{i};\vec{j})$ orthonormé

Exercice11 : Soit f une fonction numérique définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}^*$ tel que :
$\forall(a;b)\in\mathbb{R}^2$; $f(a-b)=f(a\times)f(b)$
Montrer que la fonction f est constante sur $\mathbb{R}$

Exercice12 : Montrer que la fonction $f:x\to x-E(x)$ est périodique de période 1.

Exercice13 : Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=\frac{x|x|}{x^2+4}$

1) Etudier la parité de f
2) Étudier les variations de f sur $\mathbb{R}^+$
3) En déduire les variations de f sur $\mathbb{R}^-$
4) Dresser le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$

Exercice14 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=-x^2-2x+1$

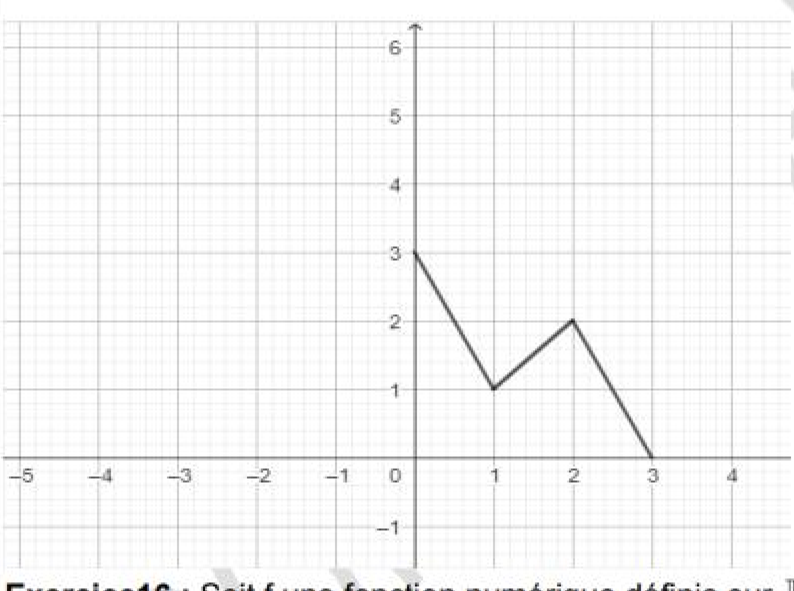
1)Préciser le domaine de définition de f
2)Calculer le taux d'accroissement de fonction de f entre x_1 et x_2 tel que : $x_1\ne x_2$
3)Etudier la monotonie de f sur : $I=[-1;+\infty[$ et sur $J=]-\infty;-1]$
4)Dresser le tableau de variation de f
5) a) En déduire que : pour tout $x\in\mathbb{R}$ On a : $f(x)\le 2$
b) En déduire que : pour tout $x\in\left[-1;\frac{1}{2}\right]$ On a : $-\frac{1}{4}\le f(x)\le 2$

c) En déduire que : pour tout $x\in[-3;-1]$ On a : $-2\le f(x)\le 2$
6)Trouver les points d'intersection de la courbe (C_f) avec les axes du repère
7)Soit g la fonction définie sur R par : $g(x)=-x-1$
Tracer Les courbes représentatives de (C_f) et (C_g) dans le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$
8)Résoudre graphiquement et algébriquement l'équation : $f(x)=g(x)$
9) Résoudre graphiquement et algébriquement l'inéquation ; $g(x)<f(x)$
10) Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation : $-x^2-2x+m-1=0$ avec : $m\in\mathbb{R}$

Exercice15 : Soit la fonction définie sur $[-3;3]$

La représentions graphique suivante est la représentions de f sur l'intervalle : $[0;3]$

1) Dresser son tableau de variation sur l'intervalle : $[0;3]$
2) Sachant que f est une fonction paire
a) Compléter la représentions graphique de f sur l'intervalle : $[-3;3]$
b) Déterminer graphiquement les images des intervalles : $[-3;3]$ et $\left[1;\frac{5}{2}\right]$ par la fonction f



Exercice16 : Soit f une fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ et périodique de période $T=1$
Tel que : $f(x)=x \quad \forall x\in[0;1[$
1)Tracer la représentation graphique de la fonction sure : $I=[-5;5[$ dans un repère $(0;\vec{i};\vec{j})$
2) Calculer : $f(6,1)$; $f(-10,5)$; $f(2025,12)$
3) Donner l'expression de : $f(x)$ sur les intervalles : $I_k=[k;k+1[$ $k\in\mathbb{Z}$

Exercice17 : Soit la fonction définie par : $f(x)=\frac{x^{2026}+2025}{2|x|-6}$

(C_f) La courbe de f Dans le repère $(0;\vec{i};\vec{j})$ orthonormé

Montrer que (C_f) symétrique par rapport à l'axe des ordonnées

Exercice18 : Soient les deux fonctions : $f(x)=x^2+x-3$ et $g(x)=2x^2+x+1$

1) Comparer les fonctions f et g
2) En déduire les positions de (C_f) et (C_g) les courbes représentatives respectives de f et g

Exercice19 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=\frac{x^2+1}{x^2+x+1}$

1) Déterminer D_f
2) Montrer que $\frac{2}{3}$ est le minimum de f sur D_f.
3) Montrer que 2 est le maximum de f sur D_f.

Exercice20 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=\frac{3x^2+1}{x^2+1}$

1) Déterminer D_f
2) Etudier la parité de f
3) Montrer que f est bornée

Exercice21 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=x^2+2x\sqrt{x}+x-4$

Démontrer que : -4 est une valeur minimale de f sur $\mathbb{R}^+$

Exercice22 : Soit f une fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=-x^2+x$

Démontrer que f est majorée sur $\mathbb{R}$.
1) a) Démontrer que f est majorée sur $\mathbb{R}$.
b) Est ce que f admet une valeur maximale ?
2) Démontrer que f est non minorée

Exercice23 : Soit les fonctions f et g définies par : $g(x)=\frac{x}{x+2}$ et $f(x)=\frac{x+3}{x+1}$

On pose : $h(x)=(g\circ f)(x)$

1) Déterminer D_h
2) Déterminer : $h(x)$
3) Soit la fonctions k définie par : $k(x)=\frac{x+3}{3x+5}$
Les fonctions h et k sont-elles égales ?

Exercice24 : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=x-2\sqrt{x-2}+1$

1) Déterminer D_f 2) Démontrer que : $f(x)\ge 2$; $\forall x\in[2;+\infty[$
3) Soit : $h(x)=\sqrt{x-2}$ a) Dresser le tableau de variation de h
b) Déterminer : $h([2;3])$; $h([3;+\infty[)$
4) a) Déterminer une fonction polynôme de degré 2 ; tel que : $f(x)=g\circ h(x)$; $\forall x\in[2;+\infty[$
b) En déduire les variations de f c) Déterminer le tableau de variation de $\frac{1}{f}$

Exercice25: Soient f et g deux fonctions numériques définies par : $f(x)=x^2-x$ et $g(x)=\sqrt{x}$

1) Dresser les tableaux de variations de f et g
2) Soit : h la fonction numérique définie par : $h(x)=(f\circ g)(x)$
a) Déterminer D_h b) Etudier les variations de h sur $\left[0,\frac{1}{4}\right]$ et $\left[\frac{1}{4};+\infty\right[$
c) Montrer que h admet un minimum absolu au point d'abscisse $\frac{1}{4}$
3) Soit : k la fonction numérique définie par : $k(x)=(g\circ f)(x)$
a) Déterminer D_k b) Etudier les variations de k c) Calculer $k(x)=(g\circ f)(x)$; $\forall x\in D_k$
4)a) Tracer Les courbes représentatives (C_f) et (C_g) dans le même repère
b) Résoudre graphiquement sur $[0;+\infty[$ l'inéquation : $\frac{g(x)}{f(x)}\le 1$
(On admet que (C_g) coupe (C_f) en 2 points d'abscisse : 0 et $1,75$

Exercice26 : Soient f et g deux fonctions définies par : $g(x)=\sqrt{x+2}$ et $f(x)=\frac{3x}{2x-1}$

et (C_f) et (C_g) Les courbes représentatives de f et g
A) 1) Déterminer D_f et D_g
2) Montrer que : $A(-1;1)$ et $B(2;2)$ sont des points d'intersections de (C_f) et (C_g)
3) Déterminer les tableaux de variations de f et g
4) Tracer les courbes (C_f) et (C_g) dans un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$
5) Résoudre graphiquement sur $\mathbb{R}$ les inéquations : $\sqrt{x+2}-\frac{3x}{2x-1}\prec 0$ et $\frac{3x\sqrt{x+2}}{2x-1}\le 0$
B)1) Soit h la fonction définie par : $h(x)=\frac{3\sqrt{x+2}}{2\sqrt{x+2}-1}$
a) Déterminer D_h b) Montrer que : $h=f\circ g$
2) a) Déterminer graphiquement : $g\left(\left[-2;-\frac{7}{4}\right[\right)$ et $g\left(\left]-\frac{7}{4};+\infty\right[\right)$
b) Étudier les variations de h et donner son tableau de variation.
c) Déterminer la valeur maximale de h sur $\left[-2;-\frac{7}{4}\right[$
3) Montrer que : $h(x)\succ\frac{3}{2}$; $\forall x\in\left]-\frac{7}{4};+\infty\right]$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien